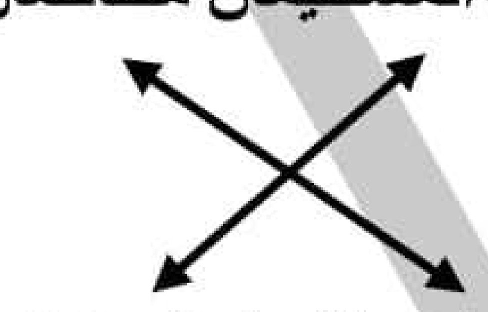
حل معادلتين من الدرجة الأولى

إذا كان المعادلتين على الصورة : أ_1 س + ب_1 ص = جـ_1 ، أ_2 س + ب_2 ص = جـ_2 فإن المعادلتين :

لهما حل وحيد

إذا كان $\frac{\text{أ}_1}{\text{أ}_2} \neq \frac{\text{ب}_1}{\text{ب}_2} \neq \frac{\text{جـ}_1}{\text{جـ}_2}$

أو: المستقيمان متقاطعان



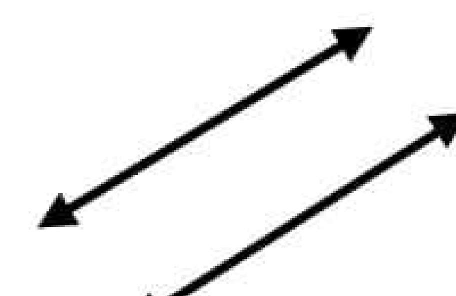
عدد الحلول = ١

م . ح = { (س ، ص) }

لا يوجد حل

إذا كان $\frac{\text{أ}_1}{\text{أ}_2} = \frac{\text{ب}_1}{\text{ب}_2} \neq \frac{\text{جـ}_1}{\text{جـ}_2}$

أو: المستقيمان متوازيان



عدد الحلول = صفر

م . ح = Φ

لهما عدد لا نهائي

إذا كان $\frac{\text{أ}_1}{\text{أ}_2} = \frac{\text{ب}_1}{\text{ب}_2} = \frac{\text{جـ}_1}{\text{جـ}_2}$

أو: المستقيمان منطبقان

عدد الحلول = عدد لا نهائى

م.ح = { (س،ص)}: اكتب أي معادلة من الاتنين }

- لإيجاد مجموعة الحل بيانيا نحل كل معادلة لوحدها كدالة خطية وكل معادلة هيمثلها مستقيم
- مجموعة حل معادلتين من الدرجة الأولى بيانيا هي: نقطة تقاطع المستقيمين
- إذا توازى المستقيمان فإن م . ح = Φ

الحل الجبرى بطريقة الحذف

١) اجعل المعادلتين على الصورة أ س + ب ص = جـ (الحد المطلق لوحده بعد =)

٢) خلي معاملات السينات متشابهة أو معاملات الصادات متشابهة (المتشابهين هيطيروا في الخطوة التالتة)

٣) حط المعادلتين في صورة أفقية تحت بعض (اتأكد ان السينات تحت بعض والصادات تحت بعض وهكذا)

٤) لو المتشابهين ليهم نفس الإشارة اطرح المعادلتين ولو إشاراتهم مختلفة اجمع المعادلتين.

٥) هات قيمة المجهول وعوّض عنها في أي معادلة هتجيلك قيمة المجهول التانى.

مثال ١ أوجد مجموعة حل المعادلتين :

٢س ـ ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤

الحل

بضرب المعادلة الأولى × ٢

٤س ـ ٢ص = ٦

س + ٢ص = ٤ (بالجمع)

٥س = ١٠ ∴ س = ٢

بالتعويض في المعادلة الثانية:

٢ + ٢ص = ٤ ⇦ ٢ص = ٢ ⇦ ص = ١

م . ح = { (٢ ، ١) }

مثال ٢ أوجد مجموعة حل المعادلتين :

٣س + ٤ص = ٢٤ ، س ـ ٢ص +٢ = ٠

الحل

نظبط شكل المعادلة الثانية : س ـ ٢ص = ـ٢

بضرب المعادلة الثانية × ٣

٣س ـ ٦ص = ـ٦

٣س + ٤ص = ٢٤ (بالطرح)

ـ١٠ص = ـ٣٠ ∴ ص = ٣

بالتعويض في المعادلة الثانية

س ـ ٢×٣ +٢ = ٠ ⇦ س ـ ٤ = ٠ ⇦ س = ٤

م . ح = { (٤ ، ٣) }

حل معادلة من الدرجة الثانية

إذا كانت المعادلة على الصورة : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ هنستخدم القانون العام:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

أ : معامل س^{٢}
ب: معامل س
جـ : الحد المطلق

خطوات الحل

1. خلى المعادلة على الصورة أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر (وديهم كلهم قبل يساوى)
2. خد من المعادلة قيم أ ، ب ، جـ **بإشارتهم** الموجودة في المعادلة
3. عوض في القانون العام عن قيم أ ، ب ، جـ واحسب اللى تحت الجذر لحد ما يبقى رقم واحد بس
4. افصل الناتج مرة بالـ (+) ومرة بالـ (ـ) واحسب القيمتين بالآلة الحاسبة
5. اكتب الناتجين في مجموعة الحل

ملاحظات

1. شايف ـ ب اللى فوق في القانون؟ دى معناها انك تعوض عن ب بس بإشارة مختلفة
2. إذا كان المميز ب^{٢} ـ ٤أ جـ > صفر (موجب) فإن المعادلة لها جذران
وإذا كان ب^{٢} ـ ٤أ جـ < صفر (سالب) فإن المعادلة ليس لها حلول ، أي م . ح = Φ
وإذا كان ب^{٢} ـ ٤أ جـ = صفر فإن المعادلة لها جذر واحد (أو جذران متساويان)
3. مجموعة حل معادلة من الدرجة الثانية بيانيا هي :قيم س التى يقطعها المنحنى من محور السينات
4. إذا لم يقطع المنحنى محور السينات فإن م . ح = Φ

مثال ١ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح : ٣س^{٢} ـ ٥ س + ١ = ٠ مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

الحل

أ = ٣ ، ب = ـ٥ ، جـ = ١

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

$$س = \frac{٥ \pm \sqrt{٥^{٢} - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣} = \frac{٥ \pm \sqrt{٢٥ - ١٢}}{٦} = \frac{٥ \pm \sqrt{١٣}}{٦}$$

إما $س = \frac{٥ + \sqrt{١٣}}{٦}$ ∴ س ≅ ١,٤٣

أو $س = \frac{٥ - \sqrt{١٣}}{٦}$ ∴ س ≅ ٠,٢٣

∴ م . ح = { ١,٤٣ ، ٠,٢٣ }

مثال ٢ أوجد مجموعة حل المعادلة س (س ـ ١) = ٤ مقرباً الناتج لثلاثة أرقام عشرية

الحل

الأول لازم نضرب الـ س في القوس

س^{٢} ـ س = ٤ ⇐ س^{٢} ـ س ـ ٤ = ٠

أ = ١ ، ب = ـ١ ، جـ = ـ٤

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

$$س = \frac{١ \pm \sqrt{١^{٢} - ٤ \times ١ \times -٤}}{٢ \times ١} = \frac{١ \pm \sqrt{١ - -١٦}}{٢} = \frac{١ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$$

إما $س = \frac{١ + \sqrt{١٧}}{٢}$ ∴ س ≅ ٢,٥٦٢

أو $س = \frac{١ - \sqrt{١٧}}{٢}$ ∴ س ≅ ـ ١,٥٦٢

∴ م . ح = { ٢,٥٦٢ ، ـ ١,٥٦٢ }

حل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الثانية

1. ابدأ بمعادلة الدرجة الأولى وهات قيمة ص بدلالة س أو قيمة س بدلالة ص
2. عوّض في معادلة الدرجة الثانية عن القيمة اللى انت جبتها
3. فك الأقواس اللى هتظهر
4. اجمع الحدود المتشابهة (وخلى المعادلة = ٠)
5. حِل المعادلة (غالبا هتستخدم التحليل) وهات قيمة المجهول
6. عوّض في معادلة الدرجة الأولى عن قيم المجهول وهات قيم المجهول الثانى

طريقة فك الأقواس

① $(س + ٣)^2$ = مربع الأول ± الأول × التانى × ٢ + مربع التانى = $س^2 + ٦س + ٩$
(إشارة القوس)

② س (س + ٣) = $س^2 + ٣س$

③ ـ س (س ـ ٣) = $ـ س^2 + ٣س$

مثال ١
أوجد في ح×ح مجموعة حل المعادلتين :
س ـ ص = ١ ، $س^2 + ص^2 = ٢٥$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : س = ١ + ص

بالتعويض عن س = (١+ ص) في معادلة الدرجة الثانية

∴ $(١ + ص)^2 + ص^2 = ٢٥$ — نفك الأقواس

$١ + ٢ص + ص^2 + ص^2 ـ ٢٥ = ٠$ — نجمع المتشابه

$٢ص^2 + ٢ص ـ ٢٤ = ٠$ — بالقسمة على ٢

$ص^2 + ص ـ ١٢ = ٠$ — بالتحليل

(ص + ٤) (ص ـ ٣) = ٠

إما ص + ٤ = ٠ ∴ ص = ـ٤
أو ص ـ ٣ = ٠ ∴ ص = ٣

بالتعويض في المعادلة س = ١ + ص

∴ س = ١ + -٤ ∴ س = ـ٣
∴ س = ١ + ٣ ∴ س = ٤

∴ م . ح = { (ـ٣ ، ـ٤) ، (٤ ، ٣) }

مثال ٢
مستطيل محيطه ١٤سم ومساحته ١٢ $سم^2$
أوجد كلا من بعديه

الحل

نفرض أن بُعدا المستطيل هما س ، ص

∵ محيط المستطيل = ٢(الطول + العرض)

∴ ١٤ = ٢(س + ص) — بالقسمة ÷ ٢

س + ص = ٧ ومنها ص = ٧ ـ س

∵ مساحة المستطيل = الطول×العرض ∴ س ص = ١٢

بالتعويض عن ص = ٧ ـ س في المعادلة س ص = ١٢

∴ س (٧ ـ س) = ١٢ $٧س ـ س^2 = ١٢$

$٧س ـ س^2 ـ ١٢ = ٠$ — نرتب ونغير إشارة الكل

$س^2 ـ٧س + ١٢ = ٠$ ⇦ (س ـ ٤) (س ـ ٣) = ٠

إما س = ٤ ⇦ ص = ٧ ـ ٤ = ٣

أو س = ٣ ⇦ ص = ٧ ـ ٣ = ٤

∴ بعدا المستطيل هما ٣سم ، ٤سم

الأصفار والمجال

أصفار الدالة

❖ لإيجاد أصفار الدالة نساوى الدالة بالصفر ونحل المعادلة

مثال: إذا كانت د (س) = س – ٣ فإن س – ٣ = ٠ ⇦ س = ٣ ∴ ص(د) = ٣

❖ لو الدالة مجموع مربعين زى س^{٢} + ٤ أو س^{٢} + ٩ ∴ ص(د) = Φ

❖ لو كانت د(س) = أي عدد (ما عدا الصفر) زى د(س) = ٣ ∴ ص(د) = Φ

❖ لو كانت د (س) = صفر ∴ ص (د) = ح

❖ أصفار الكسر الجبرى = أصفار البسط – أصفار المقام

مجال الدالة

❖ مجال الكسر الجبرى = ح – أصفار المقام

مثال : إذا كان ن (س) = $\frac{س - ١}{س - ٣}$ فإن مجال ن = ح - { ٣ }

❖ المجال المشترك لعدة كسور جبرية = ح – مجموعة أصفار المقامات

مثال: إذا كان ن$_{١}$(س) = $\frac{١}{س - ١}$ ، ن$_{٢}$(س) = $\frac{٣}{س^{٢} - ٤}$ فأوجد المجال المشترك لكل من ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$

الحل: مجال ن$_{١}$ = ح - { ١ } ، ن$_{٢}$(س) = $\frac{٣}{(س - ٢)(س + ٢)}$ ∴ مجال ن$_{٢}$ = ح – { ٢ ، -٢ }

∴ المجال المشترك = ح – { ١ ، ٢ ، -٢ }

مثال ١

إذا كانت { -٣ ، ٣ } هي مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س^{٢} + أ فأوجد قيمة أ

الحل

∵ { -٣ ، ٣ } هي مجموعة أصفار الدالة

∴ أي قيمة من هذه القيم تجعل د (س) = ٠

∴ ٣^{٢} + أ = ٠

٩ + أ = ٠

∴ أ = -٩

مثال ٢

إذا كان مجال الدالة ن(س) = $\frac{س - ١}{س^{٢} - أ س + ٩}$ هو ح – { ٣ } فأوجد قيمة أ

الحل

∵ المجال = ح – {٣}

∴ أصفار المقام = ٣

بالتعويض عن س = ٣ ونساوى المقام بالصفر

∴ ٣^{٢} – أ × ٣ + ٩ = ٠

٩ – ٣أ + ٩ = ٠

١٨ – ٣أ = ٠

٣أ = ١٨

∴ أ = ٦

تساوى كسرين جبريين

خطوات اختزال الكسر الجبرى

- **تحليل**: تحليل البسط والمقام
- **مجال**: إخراج المجال = ح ـ أصفار المقام
- **حذف**: حذف العوامل المتشابهة بين البسط والمقام

تساوى كسرين

❖ لو عايز تعرف هل : $ن_١ = ن_٢$ أم لا اتبع الآتى :

❖ اختزل (اختصر) كل كسر لوحده بالخطوات الثلاثة (تحليل – مجال – حذف)

❖ $ن_١ = ن_٢$ إذا تحقق شرطان معاً وهما : مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ ، $ن_١(س) = ن_٢(س)$

❖ لو لقيت مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ بينما $ن_١(س) \neq ن_٢(س)$ فإن $ن_١ \neq ن_٢$

❖ لو لقيت $ن_١(س) = ن_٢(س)$ بينما مجال $ن_١ \neq$ مجال $ن_٢$ فإن: $ن_١ \neq ن_٢$

ولكن في حالة اختلاف المجالين يكون $ن_١ = ن_٢$ في المجال المشترك فقط

مثال ١

إذا كان $ن_١(س) = \frac{س^{٢}}{س^{٣} - س^{٢}}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^{٣} + س^{٢} + س}{٤}$ اثبت أن: $ن_١ = ن_٢$

الحل

$$ن_١(س) = \frac{س^{٢}}{س^{٣} - س^{٢}} = \frac{س^{٢}}{س^{٢}(س - ١)}$$

مجال $ن_١$ = ح ـ { ٠ ، ١ }

$$ن_١(س) = \frac{١}{س - ١}$$

$$ن_٢(س) = \frac{س^{٣} + س^{٢} + س}{س^{٤} - س} = \frac{س(س^{٢} + س + ١)}{س(س^{٣} - ١)}$$

$$= \frac{س(س^{٢} + س + ١)}{س(س - ١)(س^{٢} + س + ١)}$$

مجال $ن_٢$ = ح ـ { ٠ ، ١ }

$$ن_٢(س) = \frac{١}{س - ١}$$

∵ $ن_١(س) = ن_٢(س)$ ، مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$

∴ $ن_١ = ن_٢$

مثال ٢

أوجد المجال المشترك الذى تتساوى فيه $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث:

$ن_١(س) = \frac{س^{٢} + س - ١٢}{س^{٢} + ٥س + ٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{س^{٢} + ٢س + ١}$

الحل

$$ن_١(س) = \frac{س^{٢} + س - ١٢}{س^{٢} + ٥س + ٤} = \frac{(س + ٤)(س - ٣)}{(س + ٤)(س + ١)}$$

مجال $ن_١$ = ح ـ { ـ٤ ، ـ١ }

$$ن_١(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$$

$$ن_٢(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{س^{٢} + ٢س + ١} = \frac{(س - ٣)(س + ١)}{(س + ١)(س + ١)}$$

مجال $ن_٢$ = ح ـ { ـ١ }

$$ن_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ١}$$

∵ $ن_١(س) = ن_٢(س)$ بينما مجال $ن_١ \neq$ مجال $ن_٢$

∴ $ن_١ = ن_٢$ في المجال المشترك ح ـ { ـ٤ ، ـ١ }

جمع و طرح الكسور الجبرية

1. ترتيب حدود المقادير (يعنى ١٥ – ١٣ س + ٢س^{٢} رتبه بإشاراته وخليه كده ٢س^{٢} – ١٣س + ١٥)
2. تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن
3. إخراج المجال المشترك (ح – أصفار المقامات)
4. حذف العوامل المتشابهة في كل كسر لوحده (إوعى تحذف قوس من الكسر الأول مع قوس من الكسر التانى)
5. **لو لقيت المقامات موحدة** : خد مقام منهم وإجمع البسطين أو اطرحهم (حسب العملية) .

زى كده : $\frac{س}{س + ٢} + \frac{٣}{س + ٢} = \frac{س + ٣}{س + ٢}$

لو المقامات غير موحدة : وحد المقامات كالتالى :

شوف إيه اللى موجود في مقام الأول ومش موجود في مقام التانى واضربه × الكسر التانى كله (بسط ومقام)

وشوف إيه اللى موجود في مقام التانى ومش موجود في مقام الأول واضربه × الكسر التانى كله (بسط ومقام)

زى كده : $\frac{س}{س - ٢} + \frac{س + ٣}{(س - ٣)(س - ٢)}$ هنضرب بسط ومقام الأول × (س – ٣)

هيبقى كده : $\frac{س(س - ٣)}{(س - ٢)(س - ٣)} + \frac{س + ٣}{(س - ٣)(س - ٢)}$

أو كده : $\frac{س}{س + ١} + \frac{١}{س - ١}$ هنضرب بسط ومقام الأول × (س – ١) وهنضرب بسط ومقام الثانى × (س + ١)

هيبقى كده : $\frac{س(س - ١)}{(س + ١)(س - ١)} + \frac{س + ١}{(س - ١)(س + ١)}$

6. اجمع المتشابه في البسط ولو نفع يتحلل حلله و ضع المقدار في أبسط صورة

فمثلا : $\frac{س^{٢} - ٣س + س - ٣}{(س - ٢)(س - ٣)} = \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{(س - ٢)(س - ٣)} = \frac{(س - ٣)(س + ١)}{(س - ٢)(س - ٣)} = \frac{س + ١}{س - ٢}$

مثال ١ أوجد الدالة ن في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$ن(س) = \frac{س^{٢} - ٨س + ١٢}{س^{٢} - ٤س + ٤} + \frac{س^{٢} - ٤س - ٥}{س^{٢} - ٧س + ١٠}$

الحل

$ن(س) = \frac{(س - ٢)(س - ٦)}{(س - ٢)(س - ٢)} + \frac{(س - ٥)(س + ١)}{(س - ٥)(س - ٢)}$

المجال = ح – { ٢ ، ٥ }

$ن(س) = \frac{س - ٦}{س - ٢} + \frac{س + ١}{س - ٢}$

$= \frac{س - ٦ + س + ١}{س - ٢}$

اجمع الحدود المتشابهة اللى في البسط

$ن(س) = \frac{٢س - ٥}{س - ٢}$

مثال ٢ أوجد الدالة ن في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٧س + ١٢} - \frac{٤}{س^{٢} - ٤س}$

الحل

$ن(س) = \frac{س - ٣}{(س - ٤)(س - ٣)} - \frac{٤}{س(س - ٤)}$

المجال = ح – {٤ ، ٣ ، ٠} ، $ن(س) = \frac{١}{س - ٤} - \frac{٤}{س(س - ٤)}$

نوحد المقامات : نضرب الكسر الأول × س

$ن(س) = \frac{س}{س(س - ٤)} - \frac{٤}{س(س - ٤)}$

خد منهم مقام واطرح البسطين

$ن(س) = \frac{س - ٤}{س(س - ٤)} = \frac{١}{س}$

ضرب الكسور الجبرية

1. تحليل البسط ومقام كل كسر إن أمكن (عايزنى أفكرك تانى بالعامل المشترك؟)
2. إخراج المجال المشترك (ح – أصفار المقامات)
3. حذف العوامل المشتركة بين أي بسط وأى مقام
   يعنى تقدر تحذف قوس من بسط الأول مع اللى شبهه في مقام التانى وهكذا.. و ده بينفع في الضرب ومش بينفع في الجمع
4. ضرب البسط × البسط والمقام × المقام

قسمة الكسور الجبرية

كل اللى هتعمله انك تحوّل القسمة إلى ضرب : الـ ÷ خليها × وشقلب الكسر التانى وحل بخطوات الضرب عادى

ملحوظة : فيه اختلاف بسيط هنا لما تكتب المجال وهو : المجال = ح – أصفار المقامين وأصفار بسط الثانى

مثال ١ أوجد الدالة ن في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + س - ٦} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٢س + ٤}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{(س - ٢)(س + ٣)} \times \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٢س + ٤}$$

المجال $= ح - \{٢ ، -٣\}$

$$ن(س) = ١$$

مثال ٢ أوجد الدالة ن في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢س}{س + ٣}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} - ٩} \times \frac{س + ٣}{٢س}$$

$$ن(س) = \frac{س(س + ٢)}{(س + ٣)(س - ٣)} \times \frac{س + ٣}{٢س}$$

المجال $= ح - \{-٣ ، ٣ ، ٠\}$ $\quad ن(س) = \frac{س + ٢}{٢(س - ٣)}$

المعكوس الضربى للكسر الجبرى

إذا كان $ن(س) = \frac{س - ١}{س + ٣}$ فإن $ن^{-١}(س) = \frac{س + ٣}{س - ١}$ (شقلب الكسر)

مجال $ن^{-١}$ = ح – أصفار المقام والبسط من المثال اللى فات : مجال $ن^{-١}(س) = ح - \{١ ، -٣\}$

مثال ٣ إذا كان $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} + س - ٦}$

أوجد $ن^{-١}(س)$ في أبسط صورة مبيِّنًا مجال $ن^{-١}(س)$

الحل

$ن^{-١}(س) = \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٩}$ *شقلبنا الكسر*

$= \frac{(س + ٣)(س - ٢)}{(س + ٣)(س - ٣)}$ *حللنا*

المجال $= ح - \{-٣ ، ٣ ، ٢\}$

$ن^{-١}(س) = \frac{س - ٢}{س - ٣}$ *اختصرنا*

إعداد أ/ محمود عوض

الاحتمال

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

الاتحاد ∪

ل (أ ∪

ل (أ ∪

التقاطع ∩

ل (أ ∩ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∪

ل (أ ∩ ب) = ل (أ) − ل (أ − ب)

الفرق −

ل (أ ـ ب) = ل (أ) ـ ل (أ ∩ ب)

ل (ب ـ أ) = ل (ب) ـ ل (أ ∩ ب)

المكملة َ

ل (أَ) = ١ − ل (أ)

ل (أ) + ل (أَ) = ١

ل (أ) = ١ − ل (أَ)

ملاحظات

١) احتمال وقوع أي حدث = عدد عناصر الحدث / العدد الكلى

٢) إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان فإن أ ∩ ب = Φ ، ل (أ ∩ ب) = صفر

٣) لو عندك الفرق والتقاطع فإن: ل (أ) = ل (أ - ب) + ل (أ ∩ ب)

٤) أكبر قيمة للاحتمال = ١ ، وأصغر قيمة للاحتمال = صفر أي أن ٠≤ الاحتمال ≤ ١

٥) إذا كانت : ب

الجملة ومعناها

الجملة	المقصود منها
احتمال وقوع الحدثين أ و ب معاً	ل (أ ∩ ب)
احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر	
احتمال وقع الحدث أ أو ب	ل (أ ∪ ب)
احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل	
احتمال عدم وقوع الحدث أ	ل (أَ)
احتمال وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب	ل (أ − ب)
احتمال وقوع الحدث أ فقط	

شكل فن

أ   ب

أ − ب   أ ∩ ب   ب − أ

بقلم محمود عوض
معلم أول رياضيات

أمثلة محلولة على منهج الجبر

١ أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٤س + ١ = ٠$ مقربا الناتج لرقمين عشريين

الحل

أ = ١ ، ب = -٤ ، جـ = ١

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{٤ \pm \sqrt{٤^٢ - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١}$$

$$= \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤}}{٢} = \frac{٤ \pm \sqrt{١٢}}{٢}$$

إما $س = \frac{٤ + \sqrt{١٢}}{٢}$ ∴ $س \cong ٣,٧٣$

أو $س = \frac{٤ - \sqrt{١٢}}{٢}$ ∴ $س \cong ٠,٢٧$

∴ م . ح = { ٣,٧٣ ، ٠,٢٧ }

٢ أوجد في $ح^٢$ مجموعة حل المعادلتين :

س - ص = صفر ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٢٧$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : س = ص

بالتعويض عن س = ص في معادلة الدرجة الثانية

∴ $ص^٢ + ص^٢ + ص^٢ = ٢٧$ نجمع المتشابه

$٣ص^٢ = ٢٧$ $٣ص^٢ - ٢٧ = ٠$ بالقسمة على ٣

$ص^٢ - ٩ = ٠$ بالتحليل

(ص + ٣) (ص - ٣) = ٠

إما ص + ٣ = ٠ ∴ ص = -٣

أو ص - ٣ = ٠ ∴ ص = ٣

بالتعويض في المعادلة س = ص

∴ س = -٣ ∴ س = ٣

م . ح = { (-٣ ، -٣) ، (٣ ، ٣) }

٣ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٤} + \frac{س + ٣}{س^٢ - ٥س + ٦}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س (س + ٢)}{(س - ٢) (س + ٢)} + \frac{س + ٣}{(س - ٣) (س - ٢)}$$

المجال = ح - { ٢ ، -٢ ، ٣ }

$$ن(س) = \frac{س}{س - ٢} + \frac{س + ٣}{(س - ٣) (س - ٢)}$$

نوحد المقامات : نضرب الكسر الأول × (س - ٣)

$$ن(س) = \frac{س (س - ٣)}{(س - ٢) (س - ٣)} + \frac{س + ٣}{(س - ٣) (س - ٢)}$$

اضرب س × القوس واجمع البسطين

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٣س + س + ٣}{(س - ٢) (س - ٣)} = \frac{س^٢ - ٢س + ٣}{(س - ٢) (س - ٣)}$$

٤ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٩}{٢س^٢ + ٣س} \div \frac{٣س^٢ + ٦س - ٤٥}{٤س^٢ - ٩}$$

الحل

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٩}{٢س^٢ + ٣س} \times \frac{٤س^٢ - ٩}{٣س^٢ + ٦س - ٤٥}$$

$$ن(س) = \frac{(س - ٣) (س + ٣)}{س (٢س + ٣)} \times \frac{(٢س - ٣) (٢س + ٣)}{٣ (س^٢ + ٢س - ١٥)}$$

$$= \frac{(س - ٣) (س + ٣)}{س (٢س + ٣)} \times \frac{(٢س - ٣) (٢س + ٣)}{٣ (س + ٥) (س - ٣)}$$

المجال = ح - { ٠ ، $-\frac{٣}{٢}$ ، -٥ ، ٣ ، $\frac{٣}{٢}$ }

$$ن(س) = \frac{(س + ٣) (٢س - ٣)}{٣س (س + ٥)}$$

٥ أوجد مجموعة حل المعادلتين :

س – ٢ص – ١ = ٠ ، س^{٢} – س ص = ٠

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : س = ١ + ٢ص

بالتعويض عن س = (١ + ٢ص) في معادلة الدرجة الثانية

∴ (١ + ٢ص)^{٢} – ص (١ + ٢ص) = ٠ نفك الأقواس

١ + ٤ص + ٤ص^{٢} – ص – ٢ص^{٢} = ٠ نجمع المتشابه

٢ص^{٢} + ٣ص + ١ = ٠ بالتحليل

(ص + ١) (٢ص + ١) = ٠

إما ص + ١ = ٠ ∴ ص = –١

أو ٢ص + ١ = ٠ ∴ ص = $\frac{-١}{٢}$

بالتعويض في المعادلة س = ١ + ٢ص

∴ س = ١ + ٢ × –١ ∴ س = –١

∴ س = ١ + ٢ × $\frac{-١}{٢}$ = ٠

∴ م . ح = { (–١ ، –١) ، (٠ ، $\frac{-١}{٢}$) }

٦ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س} - ١} + \frac{\text{س}}{١ - \text{س}}$$

الحل

١ – س هنخليه –(س – ١)

$$\therefore \text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س} - ١} + \frac{\text{س}}{-(\text{س} - ١)}$$

هنضرب السالب اللى قدام القوس × الـ + بتاعت الجمع

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س} - ١} - \frac{\text{س}}{\text{س} - ١}$$

خد بالك ان العملية اتحولت طرح

المجال = ح – {١}

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢} - \text{س}}{\text{س} - ١} = \frac{\text{س}(\text{س} - ١)}{\text{س} - ١} = \text{س}$$

٧ أوجد مجموعة حل المعادلة

(س – ٣)^{٢} – ٥س = ٠

مقرباً الناتج لرقمين عشريين

الحل

الأول لازم نفك القوس

س^{٢} – ٦س + ٩ – ٥س = ٠

س^{٢} – ١١س + ٩ = ٠

أ = ١ ، ب = –١١ ، جـ = ٩

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}}$$

$$= \frac{١١ \pm \sqrt{١١^{٢} - ٤ \times ١ \times ٩}}{٢ \times ١}$$

$$= \frac{١١ \pm \sqrt{١٢١ - ٣٦}}{٢} = \frac{١١ \pm \sqrt{٨٥}}{٢}$$

إما س = $\frac{١١ + \sqrt{٨٥}}{٢}$ ∴ س ≅ ١٠,١١

أو س = $\frac{١١ - \sqrt{٨٥}}{٢}$ ∴ س ≅ ٠,٨٩

∴ م . ح = { ١٠,١١ ، ٠,٨٩ }

٨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ∩ب) = ٠,٢

أوجد : ل (أ ∪ ب) ، ل (أ – ب)

الحل

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل(أ ∩ ب)

= ٠,٣ + ٠,٦ – ٠,٢ = ٠,٧

ل (أ – ب) = ل (أ) – ل (أ ∩ ب)

= ٠,٣ – ٠,٢ = ٠,١

٩ إذا كان $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٣ - س^٢ - ٦س}{س^٣ - ٩س}$ **اثبت أن:** $ن_١(س) = ن_٢(س)$ لجميع قيم س التي تنتمي إلى المجال المشترك ، وأوجد هذا المجال

الحل

$$ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦} = \frac{(س + ٢)(س - ٢)}{(س + ٣)(س - ٢)}$$

$$ن_١(س) = \frac{س + ٢}{س + ٣}$$

مجال $ن_١$ = ح − { −٣ ، ٢ }

$$ن_٢(س) = \frac{س^٣ - س^٢ - ٦س}{س^٣ - ٩س} = \frac{س(س^٢ - س - ٦)}{س(س^٢ - ٩)} = \frac{س(س - ٣)(س + ٢)}{س(س - ٣)(س + ٣)}$$

$$ن_٢(س) = \frac{س + ٢}{س + ٣}$$

مجال $ن_٢$ = ح − { −٣ ، ٠ ، ٣ }

∵ $ن_١(س) = ن_٢(س)$ بينما مجال $ن_١ \neq$ مجال $ن_٢$

∴ $ن_١(س) = ن_٢(س)$ فقط في المجال المشترك:

ح − {−٣، ٢، ٠، ٣}

١٠ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان $ل(أ) = \frac{٣}{٨}$ ، $ل(ب) = \frac{١}{٢}$ ، $ل(أ \cup ب) = \frac{٥}{٨}$

أوجد : $ل(أ \cap ب)$ ، $ل(ب - أ)$

الحل

$$ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب)$$

$$= \frac{٣}{٨} + \frac{١}{٢} - \frac{٥}{٨} = \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$$

$$ل(ب - أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب)$$

$$= \frac{١}{٢} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤}$$

١١ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم فأوجد مساحته.

الحل

نفرض أن الطول = س والعرض = ص

∵ الطول يزيد عن العرض ∴ الطول − العرض = الزيادة

∴ س − ص = ٤

∵ المحيط = ٢٨ ،

∵ محيط المستطيل = ٢(الطول+العرض)

∴ ٢ (س + ص) = ٢٨ بالقسمة على ٢

∴ س + ص = ١٤

س − ص = ٤
س + ص = ١٤ بالجمع

٢ س = ١٨ ∴ س = ٩

بالتعويض في س − ص = ٤

∴ ٩ − ص = ٤ ∴ ص = ٥

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٩ × ٥ = ٤٥ سم^٢

١٢ إذا كان $ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٣س + ٢}$

فأوجد: $ن^{-١}(س)$ مبينا مجالها

قيمة س إذا كان $ن^{-١}(س) = ٣$

الحل

$$ن^{-١}(س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{س^٢ - ٢س}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س - ١)}{س(س - ٢)}$$

مجال $ن^{-١}$ = ح − { ٠ ، ٢ ، ١ }

$$ن^{-١}(س) = \frac{س - ١}{س}$$

∵ $ن^{-١}(س) = ٣$ ∴ $\frac{س - ١}{س} = ٣$ (مقص)

∴ س − ١ = ٣س ⇐ ٢س = −١ ⇐ $س = \frac{-١}{٢}$

١٣ أوجد قيمتى أ ، ب علماً بأن (٣،-١) حلا للمعادلتين:

أ س + ب ص - ٥ = ٠ ، ٣أ س + ب ص = ١٧

الحل

∵ (٣ ، -١) حل للمعادلة أ س + ب ص - ٥ = ٠

نعوض عن س = ٣ ، ص = -١

∴ أ×٣ + ب × -١ - ٥ = ٠ ∴ ٣أ - ب = ٥ ← ١

∵ (٣ ، -١) حل للمعادلة ٣أ س + ب ص = ١٧

نعوض عن س = ٣ ، ص = -١

∴ ٣أ×٣ + ب×-١ = ١٧ ∴ ٩أ - ب = ١٧ ← ٢

٩أ - ب = ١٧
٣أ - ب = ٥ بالطرح
٦ أ = ١٢

∴ أ = ٢ بالتعويض في ١

∴ ٣×٢ - ب =٥

∴ ٦ - ب =٥

∴ ب = ١

١٤ أوجد: ن(س) = $\frac{س^٢ + ٤س + ٣}{س^٣ - ٢٧} \div \frac{س + ٣}{س^٢ + ٣س + ٩}$

ثم أوجد ن(٢) ، ن (-٣) إن أمكن

الحل

ن(س) = $\frac{(س + ٣)(س + ١)}{(س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)} \times \frac{س^٢ + ٣س + ٩}{س + ٣}$

المجال = ح - { ٣ ، -٣ }

ن(س) = $\frac{س + ١}{س - ٣}$

ن (٢) = $\frac{٢ + ١}{٢ - ٣}$ = -٣

ن (-٣) غير ممكنة لأن -٣ ∉ للمجال

١٥ أوجد مجموعة حل المعادلتين :

س - ص = ١٠ ، $س^٢ - ٤س ص + ص^٢ = ٥٢$

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : س = ص+١٠

بالتعويض عن س = (ص+١٠) في معادلة الدرجة الثانية

∴ $(ص+١٠)^٢ - ٤ص(ص+١٠) + ص^٢ = ٥٢$

$ص^٢ + ٢٠ص + ١٠٠ - ٤ص^٢ - ٤٠ص + ص^٢ - ٥٢ = ٠$

$-٢ص^٢ - ٢٠ص + ٤٨ = ٠$ بالقسمة على -٢

$ص^٢ + ١٠ص - ٢٤ = ٠$

(ص + ١٢) (ص - ٢) = ٠

إما ص + ١٢ = ٠ ∴ ص = -١٢ | أو ص - ٢ = ٠ ∴ ص = ٢

بالتعويض في المعادلة س = ص + ١٠

∴ س = -١٢+١٠ ∴ س = -٢ | ∴ س = ٢ + ١٠ ∴ س = ١٢

م . ح = { (-٢ ، -١٢) ، (١٢ ، ٢) }

١٦ أوجد ن(س) وعين مجالها حيث:

ن(س) = $\frac{س + ١}{س^٢ - س - ٢} \times \frac{س^٢ + ٣س - ١٠}{٣س^٢ + ١٦س + ٥}$

ثم أوجد ن (٠) ، ن (-١) إن أمكن

الحل

ن(س) = $\frac{س + ١}{(س - ٢)(س + ١)} \times \frac{(س + ٥)(س - ٢)}{(س + ٥)(٣س + ١)}$

المجال = ح - { ٢ ، -١ ، -٥ ، $\frac{-١}{٣}$ }

ن (س) = $\frac{١}{٣س + ١}$

ن (٠) = $\frac{١}{٣×٠ + ١}$ = ١

ن (-١) غير ممكنة لأن -١ ∉ للمجال

١٧ إذا كان $ن_1(س) = \frac{٢س^٣ + ٦س}{(س - ١)(س^٢ + ٣)}$ ، $ن_2(س) = \frac{٢س}{س - ١}$

بيِّن إذا كان $ن_1 = ن_2$ أم لا ؟ مع ذكر السبب

الحل

$$ن_1(س) = \frac{٢س(س^٢ + ٣)}{(س - ١)(س^٢ + ٣)}$$

$ن_1(س) = \frac{٢س}{س - ١}$ ، مجال $ن_1 = ح - \{١\}$

$$ن_2(س) = \frac{٢س}{س - ١}$$

$ن_2(س) = \frac{٢س}{س - ١}$ ، مجال $ن_2 = ح - \{١\}$

$\because ن_1(س) = ن_2(س)$

، مجال $ن_1$ = مجال $ن_2$

$\therefore ن_1 = ن_2$

١٨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان ل(ب) $= \frac{١}{١٢}$ ، ل(أ ∪ ب) $= \frac{١}{٣}$

فأوجد ل(أ) إذا كان: ١) أ ، ب متنافيان

٢) ب ⊂ أ

الحل

أولًا : إذا كان أ ، ب متنافيان :

∴ ل(أ ∩ ب) = صفر

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

$\frac{١}{٣} =$ ل(أ) $+ \frac{١}{١٢}$

ل(أ) $= \frac{١}{٣} - \frac{١}{١٢} = \frac{١}{٤}$

ثانيا : إذا كانت ب ⊂ أ :

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) الاتحاد = الكبيرة

∴ ل(أ) $= \frac{١}{٣}$

١٩ أوجد في ح×ح مجموعة حل المعادلتين :

٣س + ٤ص = ١١ ، ٢س + ص – ٤ = ٠

الحل

نظبط المعادلة الثانية: ٢س + ص = ٤

بضرب المعادلة الثانية × ٤

٨س + ٤ص = ١٦

٣س + ٤ص = ١١ بالطرح

٥س = ٥

∴ س = ١

بالتعويض في المعادلة: ٢س + ص = ٤

٢ + ص = ٤ ⇦ ص = ٢

م . ح = { (١ ، ٢) }

٢٠ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة

د(س) = أ $س^٢$ + ب س + ١٥ هي { ٣ ، ٥ }

فأوجد قيمة كل من أ ، ب

الحل

∵ د(٣) = ٠ ∴ ٩ أ + ٣ ب + ١٥ = ٠ بالقسمة ÷ ٣

٣ أ + ب = –٥ ← ١

∵ د(٥) = ٠ ∴ ٢٥ أ + ٥ ب + ١٥ = ٠ بالقسمة ÷ ٥

٥ أ + ب = –٣ ← ٢

بحل المعادلتين ١ ، ٢ بطريقة الحذف

٣ أ + ب = – ٥

٥ أ + ب = –٣ بالطرح

– ٢ أ = – ٢

∴ أ = ١

بالتعويض في المعادلة: ٣ أ + ب = –٥

∴ ٣ + ب = –٥

∴ ب = – ٨

٢١ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة ن(س) $= \frac{س - أ}{س + ب}$

هى { ٥ } ، و مجالها هو ح ـ { ٣ }

فأوجد قيمتى كل من أ ، ب

الحل

∵ أصفار الكسر الجبرى = { ٥ }

∴ أصفار البسط = { ٥ }

∴ ٥ – أ = ٠ ∴ أ = ٥

∵ المجال = ح – { ٣ }

∴ أصفار المقام = { ٣ }

∴ ٣ + ب = ٠ ∴ ب = –٣

٢٢ أوجد مجموعة حل المعادلة $س^٢ - س = ٤$

باستخدام القانون العام مقرباً الناتج لرقم عشرى واحد

الحل

$س^٢ - س - ٤ = ٠$

أ = ١
ب = ـ١
جـ = ـ٤

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

$$= \frac{١ \pm \sqrt{(ـ١)^٢ - ٤ \times ١ \times ـ٤}}{٢ \times ١}$$

$$= \frac{١ \pm \sqrt{١ + ١٦}}{٢} = \frac{١ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$$

إما $س = \frac{١ + \sqrt{١٧}}{٢}$ ∴ س ≅ ٢,٦

أو $س = \frac{١ - \sqrt{١٧}}{٢}$ ∴ س ≅ ـ ١,٦

∴ م . ح = { ٢,٦ ، ـ ١,٦ }

٢٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية

وكان ل (أ) = ٠,٥ ، ل(أ∪ب) = ٠,٨ ، ل(ب)= س

فأوجد قيمة س إذا كان : أ ، ب متنافيان

ل (أ ∩ ب) = ٠,١

الحل

أولًا : إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان :

∴ ل (أ ∩ ب) = صفر

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)

٠,٨ = ٠,٥ + ل (ب)

ل (ب) = ٠,٨ – ٠,٥ = ٠,٣

ثانيا : إذا كان ل (أ ∩ ب) = ٠.١

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

٠,٨ = ٠,٥ + ل(ب) – ٠,١

ل(ب) = ٠,٨ – ٠,٤ = ٠,٤

٢٤ أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث :

$$ن (س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{١ - س^٢} \div \frac{٣س - ١٥}{س^٢ - ٦س + ٥}$$

الحل

١ـ $س^٢$ هنخليه ـ ($س^٢$ـ١) ونحول الضرب لقسمة

$$ن(س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{ـ (س^٢ - ١)} \times \frac{س^٢ - ٦س + ٥}{٣س - ١٥}$$

$$= \frac{(س - ٢)(س - ١)}{ـ (س - ١)(س + ١)} \times \frac{(س - ٥)(س - ١)}{٣ (س - ٥)}$$

المجال = ح ـ { ١ ، ١- ، ٥ }

$$ن(س) = \frac{(س - ٢)(س - ١)}{ـ٣ (س + ١)}$$

٢٥ أوجد في ح×ح مجموعة حل المعادلتين :

س + ص = ٥ ، $س^٢$ + س ص = ١٥

الحل

من معادلة الدرجة الأولى : ص = ٥ ـ س

بالتعويض عن ص = (٥ ـ س) في معادلة الدرجة الثانية

∴ $س^٢$ + س (٥ ـ س) = ١٥

$س^٢$ + ٥س ـ $س^٢$ ـ ١٥ = ٠

٥س = ١٥ ∴ س = ٣

بالتعويض في المعادلة ص = ٥ ـ س

ص = ٥ ـ ٣ = ٢

∴ م . ح = {(٣ ، ٢)}

٢٦ أوجد المجال المشترك الذى تتساوى فيه الدالتان:

$ن_١(س) = \frac{س^٢ + ٩س + ٢٠}{س^٢ - ١٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٥س}{س^٢ - ٤س}$

الحل

$ن_١(س) = \frac{(س + ٤)(س + ٥)}{(س + ٤)(س - ٤)}$

مجال $ن_١$ = ح ـ {ـ٤ ، ٤}

$ن_١(س) = \frac{س + ٥}{س - ٤}$

$ن_٢(س) = \frac{س(س + ٥)}{س(س - ٤)}$

مجال $ن_٢$ = ح ـ {٠ ، ٤}

$ن_٢(س) = \frac{س + ٥}{س - ٤}$

$ن_١(س) = ن_٢(س)$ بينما مجال $ن_١$ ≠ مجال $ن_٢$

$ن_١ = ن_٢$ في المجال المشترك وهو:

ح ـ {ـ٤ ، ٤ ، ٠}

٢٧ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا المجال:

$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} - \frac{٩ - س^٢}{س^٢ + س - ٦}$

الحل

$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٣ - ٨} + \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ + س - ٦}$

$ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س + ٤}{(س - ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)} + \frac{(س + ٣)(س - ٣)}{(س - ٢)(س + ٣)}$

المجال = ح ـ {٢ ، ـ٣}

$ن(س) = \frac{١}{س - ٢} + \frac{س - ٣}{س - ٢}$

$= \frac{١ + س - ٣}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{س - ٢} = ١$

٢٨ إذا كان مجال الدالة $ن(س) = \frac{ب}{س} + \frac{٩}{س + أ}$

هو ح ـ {٠ ، ٤} ، ن (٥) = ٢

فأوجد قيمتى أ ، ب

الحل

∵ المجال = ح {٠ ، ٤}

∴ أصفار المقام الثانى = ٤

∴ ٤ + أ = ٠ ∴ أ = ـ٤

∴ $ن(س) = \frac{ب}{س} + \frac{٩}{س - ٤}$

∵ ن (٥) = ٢

∴ $\frac{ب}{٥} + \frac{٩}{٥ - ٤} = ٢$

$\frac{ب}{٥} + ٩ = ٢$ ⇐ $\frac{ب}{٥} = -٧$

∴ ب = ـ٣٥

٢٩ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠ ، أوجد قياسهما

الحل

نفرض أن قياس الزاويتان الحادتان هما س ، ص

∵ المثلث قائم أي إحدى زوياه = ٩٠

س + ص = ٩٠ ← ١

∵ الفرق بين قياسيهما = ٥٠

∴ س ـ ص = ٥٠ ← ٢

بحل المعادلتين ١ ، ٢ بطريقة الحذف (أو التعويض):

س + ص = ٩٠

س ـ ص = ٥٠

٢س = ١٤٠

س = ٧٠

بالتعويض في المعادلة س + ص = ٩٠

ص = ٩٠ ـ ٧٠ = ٢٠

٣٠ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٠,٨ ، ل(ب) = ٠,٧ ، ل(أ∩ب) = ٠,٦

فأوجد: ١) احتمال عدم وقوع الحدث أ

٢) احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

الحل

احتمال عدم وقوع الحدث أ معناه ل (أَ)

ل (أَ) = ١ − ل (أ)

= ١ − ٠,٨ = ٠,٢

احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل معناه ل (أ ∪ ب)

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٠,٨ + ٠,٧ − ٠,٦ = ٠,٩

٣١ إذا كان $\text{ن (س)} = \frac{\text{س}^{٢} - \text{٣س}}{(\text{س} - ٣)(\text{س}^{٢} + ٢)}$

فأوجد: $\text{ن}^{-١}\text{(س)}$ مبينا مجالها

قيمة س إذا كان $\text{ن}^{-١}\text{(س)} = ٣$

الحل

$$\text{ن}^{-١}\text{(س)} = \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س}^{٢} + ٢)}{\text{س}^{٢} - \text{٣س}}$$

$$= \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س}^{٢} + ٢)}{\text{س}(\text{س} - ٣)}$$

مجال $\text{ن}^{-١}$ = ح ـ {٠ ، ٣}

$$\text{ن}^{-١}\text{(س)} = \frac{\text{س}^{٢} + ٢}{\text{س}}$$

∵ $\text{ن}^{-١}\text{(س)} = ٣$ ∴ $\frac{\text{س}^{٢} + ٢}{\text{س}} = ٣$ (مقص)

∴ $\text{س}^{٢} + ٢ = \text{٣س}$ ⇐ $\text{س}^{٢} - \text{٣س} + ٢ = ٠$

(س ـ ٢) (س ـ ١) = ٠

∴ س = ٢ أو س = ١

٣٢ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢} - \text{٢س} - ١٥}{\text{س}^{٢} - ٩} \div \frac{\text{٢س} - ١٠}{\text{س}^{٢} - \text{٦س} + ٩}$$

الحل

متنساش: الـ ÷ هنخليها × وهنشقلب الكسر التانى

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢} - \text{٢س} - ١٥}{\text{س}^{٢} - ٩} \times \frac{\text{س}^{٢} - \text{٦س} + ٩}{\text{٢س} - ١٠}$$

$$\text{ن(س)} = \frac{(\text{س} - ٥)(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)} \times \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} - ٣)}{٢(\text{س} - ٥)}$$

المجال = ح ـ {٣ ، ـ٣ ، ٥}

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{س} - ٣}{٢}$$

٣٣ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣ سم ، محيطه يساوى ٣٠ سم أوجد طولى ضلعى القائمة

الحل

نفرض أن طولا ضلعي القائمة س ، ص

بتطبيق فيثاغورث:

$س^2 + ص^2 = ١٦٩ \leftarrow ١$

∵ محيط المثلث = ٣٠ ∴ س + ص + ١٣ = ٣٠

∴ س + ص = ١٧ ← ٢

من معادلة الدرجة الأولى : ص = ١٧ ـ س

بالتعويض في المعادلة: $س^2 + ص^2 = ١٦٩$

$س^2 + (١٧ - س)^2 = ١٦٩$

$س^2 + ٢٨٩ - ٣٤س + س^2 - ١٦٩ = ٠$

$٢س^2 - ٣٤س + ١٢٠ = ٠$ بالقسمة ÷ ٢

$س^2 - ١٧س + ٦٠ = ٠$

(س ـ ١٢) (س ـ ٥) = ٠

إما س ـ ١٢ = ٠ ∴ س = ١٢ | أو س ـ ٥ = ٠ ∴ س = ٥

بالتعويض في المعادلة س + ص = ١٧

∴ ص = ١٧ ـ ١٢ ∴ ص = ٥ | ∴ ص = ١٧ ـ ٥ ∴ ص = ١٢

م . ح = { (١٢ ، ٥) ، (٥،١٢) }

٣٤ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا مجالها حيث:

$$ن(س) = \frac{س^3 - ١}{س^2 - س} \times \frac{س + ٣}{س^2 + س + ١}$$

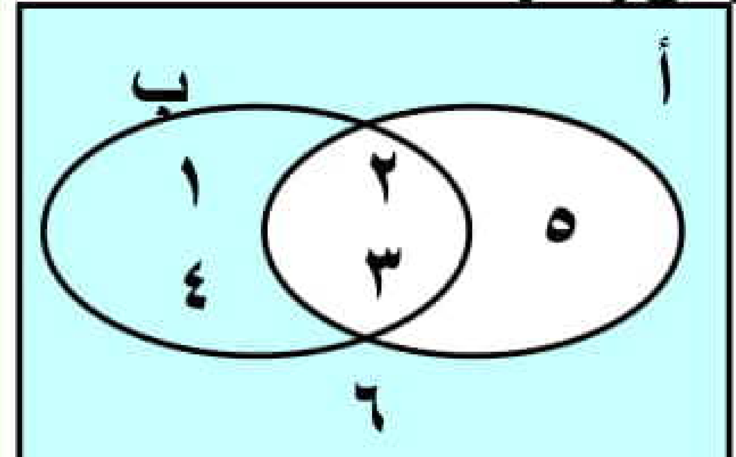
الحل

$$ن(س) = \frac{(س - ١)(س^2 + س + ١)}{س(س - ١)} \times \frac{س + ٣}{س^2 + س + ١}$$

المجال = ح ـ { ٠ ، ١ }

$$ن(س) = \frac{س + ٣}{س}$$

٣٥ باستخدام شكل فن المقابل أوجد :



١) ل(أ ∩ ب)

٢) ل (أ ـ ب)

٣) احتمال عدم وقوع الحدث أ

الحل

العدد الكلى ف = ٦

١) أ ∩ ب = { ٢ ، ٣ } عدد العناصر = ٢

$$ل(أ ∩ ب) = \frac{\text{عدد عناصر أ ∩ ب}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$$

٢) أ ـ ب = { ٥ } عدد عناصره = ١

$$ل(أ - ب) = \frac{\text{عدد عناصر أ - ب}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{١}{٦}$$

٣) احتمال عدم وقوع أ يقصد به ل (َأ)

َأ = { ١ ، ٤ ، ٦ } عدد عناصره = ٣

$$ل(\acute{أ}) = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

٣٦ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية وكان ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ فأوجد ل (ب)

الحل

∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل (أ ∩ ب) = صفر

∵ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)

$$∴ \frac{٧}{١٢} = \frac{١}{٣} + ل(ب)$$

$$∴ ل(ب) = \frac{٧}{١٢} - \frac{١}{٣} = \frac{٧}{١٢} - \frac{٤}{١٢} = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$$

٣٧ أوجد المجال المشترك لكل من :

$$ن_١(س) = \frac{س^2 - ٤}{س^2 - ٥س + ٦} \quad ، \quad ن_٢(س) = \frac{٣س}{س^2 - س}$$

الحل

$$ن_١(س) = \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س - ٢)(س - ٣)} = \frac{س + ٢}{س - ٣}$$

مجال $ن_١$ = ح ـ { ٢ ، ٣ }

$$ن_٢(س) = \frac{٣ س}{س(س - ١)} = \frac{٣}{س - ١}$$

مجال $ن_٢$ = ح ـ { ٠ ، ١ }

∴ المجال المشترك = ح ـ { ٢ ، ٣ ، ٠ ، ١ }

٣٨ أوجد بيانيا في ح × ح مجموعة حل المعادلتين:

ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

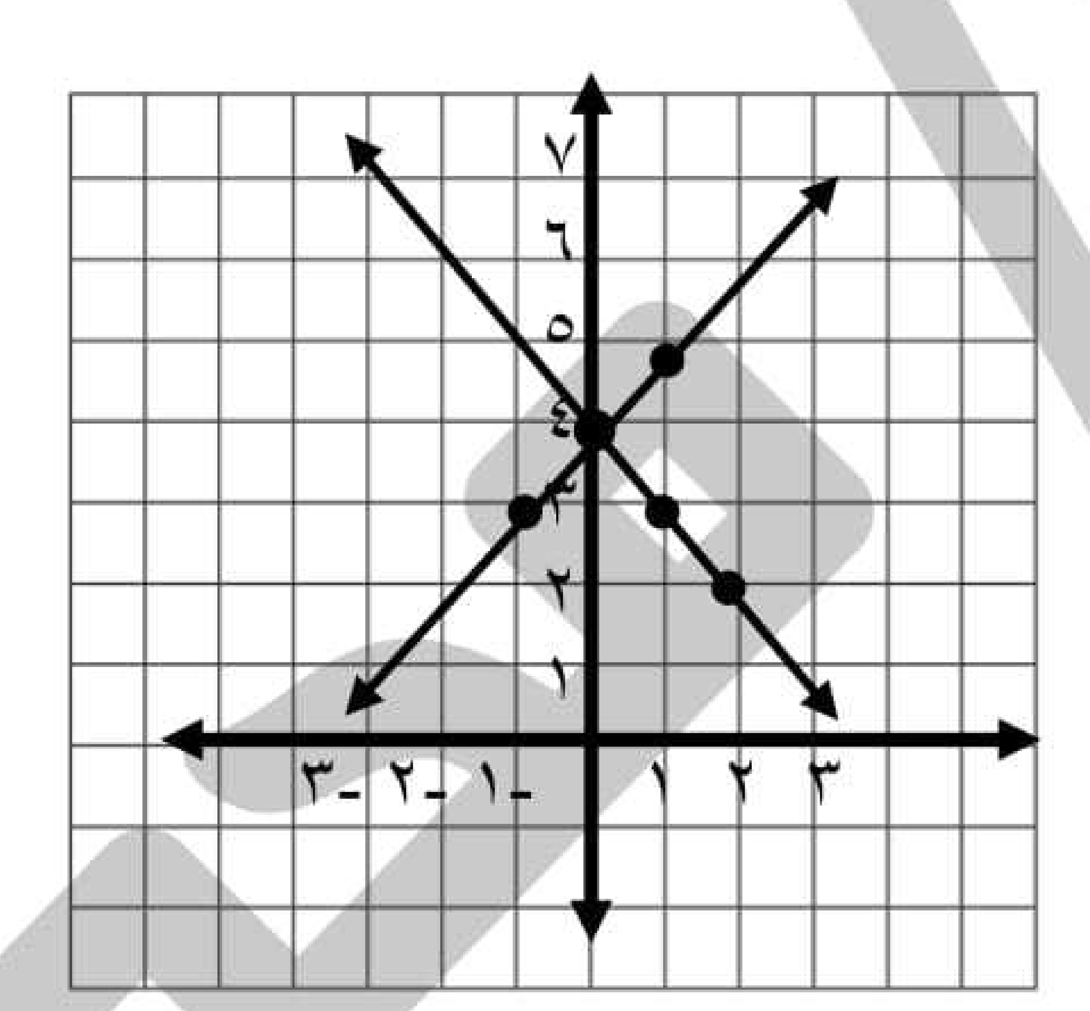
الحل

ص = س + ٤

س	-١	٠	١
ص	٣	٤	٥

ص = ٤ − س

س	٠	١	٢
ص	٤	٣	٢



م . ح = { (٠ ، ٤) }

٣٩ أوجد بيانيا في ح × ح مجموعة حل المعادلتين:

٣س + ص = ٣ ، ٦س + ٢ص = ١٢

الحل

ص = ٣ − ٣س

س	٠	١	٢
ص	٣	٠	-٣

ص = $\frac{١٢ − ٦س}{٢}$

س	٠	١	٢
ص	٦	٣	٠

م . ح = Φ

٤٠ ارسم الشكل البيانى للدالة : د(س) = س^{٢} − ١

في الفترة [-٣ ، ٣]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة س^{٢} − ١ = ٠

الحل

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
ص	٨	٣	٠	-١	٠	٣	٨

م . ح = { -١ ، ١ }

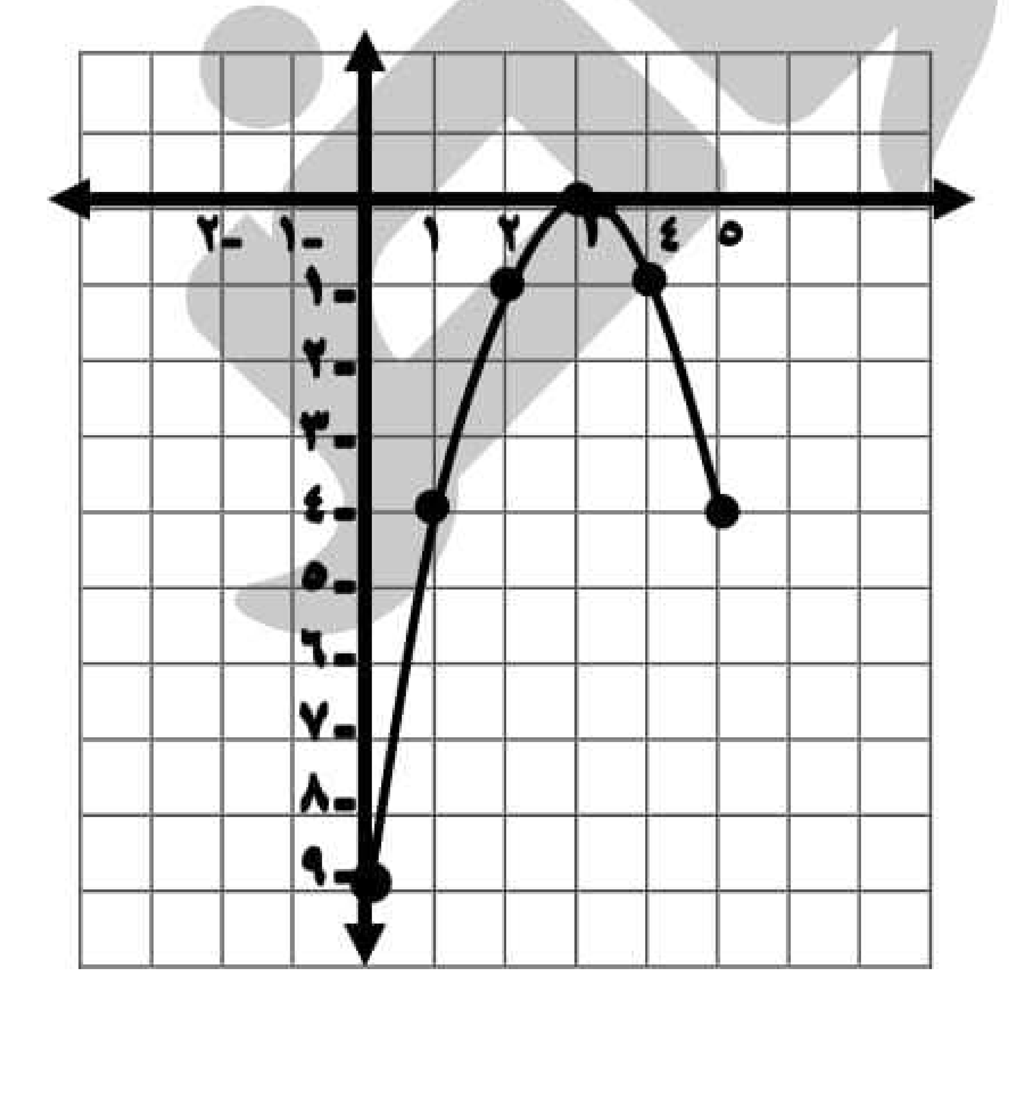
٤١ ارسم الشكل البيانى للدالة : ٦س − س^{٢} − ٩

في الفترة [٠ ، ٥]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة ٦س − س^{٢} − ٩ = ٠

الحل

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ص	-٩	-٤	-١	٠	-١	-٤



م . ح = { ٣ }



أسئلة اختر

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) نقطة تقاطع المستقيمان ص = ٢ ، س + ص = ٦ هي ....

أ) (٢ ، ٦) ب) (٢ ، ٤) جـ) (٤ ، ٢) د) (٦ ، ٢)

(2) مجموعة حل المعادلتين س ـ ٢ص = ١ ، ٣س + ص = ١٠ هي ....

أ) { (٥ ، ٢) } ب) { (٢ ، ٤) } جـ) { (١ ، ٣) } د) { (٣ ، ١) }

(3) عدد حلول المعادلتين س + ص = ٢ ، ص + س = ٣ هو ....

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

(4) إذا كان للكسر الجبرى $\frac{س ـ أ}{س + ٥}$ معكوس ضربى وهو $\frac{س + ٥}{س + ٣}$ فإن أ = ...

أ) ٣ ب) ـ ٥ جـ) ـ٣ د) ٥

(5) مجموعة أصفار الدالة د: د (س) = ـ٣س هى ....

أ) { ٠ } ب) { ـ٣ } جـ) { ـ٣ ، ٠ } د) ح

(6) إذا كان للمعادلتين س + ٤ص = ٧ ، ٣س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول فإن ك = ...

أ) ٤ ب) ٧ جـ) ١٢ د) ٢١

(7) إذا كان للمعادلتين س + ٢ص = ١ ، ٢س + ك ص = ٢ حل وحيد فإن ك ≠ ....

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

(8) مجال الدالة ن (س) = $\frac{س}{س ـ ١}$ هو ....

أ) ح ـ { ٠ } ب) ح ـ { ١ } جـ) ح ـ {٠ ، ١} د) ح ـ { ـ١ }

(9) إذا ألقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة أو كتابة يساوى ....

أ) صفر ٪ ب) ٢٥ ٪ جـ) ٥٠ ٪ د) ١٠٠ ٪

(10) إذا كانت ص(د) = { ٢ } ، د(س) = س^{٣} ـ م فإن م = ...

أ) $\sqrt[٣]{٢}$ ب) ٢ جـ) ٤ د) ٨

(11) أحد حلول المعادلتين س ـ ص = ٢ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٠ هو ....

أ) { (ـ٤ ، ٢) } ب) { (٢ ، ـ٤) } جـ) { (٣ ، ١) } د) { (٤ ، ٢) }

(12) مجال المعكوس الضربى للدالة د(س) = $\frac{س + ٢}{س ـ ٣}$ هو ....

أ) { ٣ } ب) ح ـ{ ـ٢ ، ٣ } جـ) ح ـ{ ٣ } د) ح

13 مجموعة أصفار الدالة د(س) = س^{٢} + ٤ في ح هي ....

أ) {٢}　　ب) {٢ ، ـ٢}　　جـ) ح　　د) Φ

14 مجموعة حل المعادلتين س ـ ص = ٠ ، س ص = ٩ هي ....

أ) {(٠،٠)}　　ب) {(ـ٣ ، ـ٣)}　　جـ) {(٣ ، ٣)}　　د) {(ـ٣ ، ـ٣) ، (٣ ، ٣)}

15 إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن أ ∩ ب = ...

أ) Φ　　ب) صفر　　جـ) ٠,٥　　د) ١

16 إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن ل (أ ∩ ب) = ...

أ) Φ　　ب) صفر　　جـ) ٠.٥　　د) ١

17 إذا كان ن$_{١}$(س) = $\frac{-٧}{س + ٢}$ ، ن$_{٢}$(س) = $\frac{س}{س ـ ك}$ وكان المجال المشترك هو ح ـ {-٢ ، ٧} فإن ك = ...

أ) ٢　　ب) ٧　　جـ) ـ٢　　د) ـ٧

18 إذا كان المستقيمان س + ٣ص = ٤ ، س + أ ص = ٧ متوازيين فإن أ = ...

أ) ٢　　ب) ٣　　جـ) ٤　　د) ٧

19 إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ فإن ل (ب) = ...

أ) $\frac{١}{٤}$　　ب) $\frac{١}{٣}$　　جـ) $\frac{١}{٢}$　　د) ١

20 مجموعة أصفار الدالة د: د (س) = س (س^{٢} ـ٢س +١) هى ....

أ) {٠ ، ١}　　ب) {٠ ، ـ١}　　جـ) {ـ١ ، ٠}　　د) {١}

21 إذا كانت أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ٢ ل (أَ) فإن ل (أ) = ...

أ) $\frac{١}{٣}$　　ب) $\frac{١}{٢}$　　جـ) $\frac{٢}{٣}$　　د) ١

22 إذا كانت أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ٣ ل (أَ) فإن ل (أَ) = ...

أ) $\frac{٣}{٤}$　　ب) ١　　جـ) $\frac{١}{٣}$　　د) $\frac{١}{٤}$

23 إذا كانت أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ل (أَ) فإن ل (أَ) = ...

أ) صفر　　ب) ١　　جـ) $\frac{١}{٢}$　　د) $\frac{١}{٤}$

24 إذا كانت س ≠ صفر فإن $\frac{٥س}{س^{٢} + ١}$ ÷ $\frac{س}{س^{٢} + ١}$ = ...

أ) ـ٥　　ب) ـ١　　جـ) ١　　د) ٥

(25) مجموعة أصفار الدالة د: د (س) = $س^٢$ ـ ٢٥ هي ....

أ) {٥}   ب) {ـ ٥}   جـ) {ـ ٥ ، ٥}   د) {٢٥}

(26) المستقيمان ٣س + ٥ص = صفر ، ٥س ـ ٣ص = صفر يتقاطعان فى ....

أ) الربع الأول   ب) الربع الثانى   جـ) الربع الثالث   د) نقطة الأصل

(27) إذا كانت $ن_١$(س) = $\frac{١ + أ}{س ـ ٢}$ ، $ن_٢$(س) = $\frac{٤}{س ـ ٢}$ وكان $ن_١$(س) = $ن_٢$(س) فإن أ = ...

أ) ١   ب) ٢   جـ) ٣   د) ٤

(28) إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه هو ....

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٤}$ د) ١

(29) إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٦٥٪ فإن احتمال عدم وقوعه يساوى ....

أ) ٠,٣٥   ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) ٠,٦٥   د) ١

(30) إذا كانت ص(د) = {٥} ، د(س) = $س^٣$ ـ $٣س^٢$ + أ فإن أ = ...

أ) ـ ٥٠   ب) ـ ٥   جـ) ٥   د) ٥٠

(31) مجال الدالة د: د (س) = $\frac{س + ٥}{س^٢ ـ ٤}$ هو ....

أ) ح   ب) ح ـ {ـ٢}   جـ) ح ـ {ـ٢، ٢}   د) {٢}

(32) إذا ألقى حجر نرد مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى يساوى ....

أ) صفر   ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) ١

(33) هذه الملزمة خاصة بالأستاذ محمود عوض ولا يسمح لأى شخص انه يشيل الاسم من عليها ....

أ) أصل   ب) ده   جـ) تعب   د) شهور

(34) أبسط صورة للدالة ن : ن (س) = $\frac{٥ ـ س}{س ـ ٥}$ حيث س ≠ صفر هى ....

أ) صفر   ب) ٤   جـ) ١   د) ـ١

(35) مجموعة أصفار الدالة د: د (س) = $\frac{س^٢ ـ ٩}{س ـ ٣}$ هو ....

أ) {٣}   ب) {ـ ٣}   جـ) {ـ ٣ ، ٣}   د) ح ـ {٣}

36) مجموعة حل المعادلتين س ـ ص = صفر ، س + ٢ ص = ٣ في ح × ح هي ....

أ) { (ـ١ ، ـ١) } ب) { (١ ، ١) } جـ) { (٣ ، ـ٣) } د) { (ـ٣ ، ٣) }

37) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (٢،٠) ، (-٣،٠) ، (٠،-٦) فإن مجموعة حل المعادلة د(س) =٠ في ح هى .....

أ) { ـ٢ ، ٣ } ب) { ـ٣ ، ٢ } جـ) { ٢ ، ـ٦ } د) { ـ٣ ، ٦ }

38) إذا كان أَ هو الحدث المكمل للحدث أ وكان ل (أ) = $\frac{٣}{٥}$ فإن ل (أَ) = ...

أ) $\frac{٥}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٥}$ جـ) $\frac{٢}{٥}$ د) $-\frac{٢}{٥}$

39) إذا كان ن (س) = $\frac{٢س}{س - ١}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ح ـ ....

أ) { ـ١ } ب) { ١ } جـ) { ٠ ، ـ١ } د) { ٠ ، ١ }

40) المعادلة س ص = ٣ من الدرجة ....

أ) الأولى ب) الثانية جـ) الثالثة د) الرابعة

41) مجموعة قيم س التي تجعل الدالة تساوى صفر تسمى ....

أ) المدى ب) المجال جـ) أصفار المقام د) أصفار الدالة

42) يكون للدالة د حيث د (س) = $\frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوس ضربى في المجال ....

أ) ح ب) ح ـ{٢ ، ٥} جـ) ح ـ{ ٥ } د) {٢ ، ٥}

43) المستقيمان س + ٣ص = ١ ، س + ٣ص ـ ٨ = ٠ يكونان ....

أ) متوازيين ب) متعامدين جـ) منطبقين د) متقاطعين وغير متعامدين

44) إذا كان مجال الدالة د حيث د (س) = $\frac{١}{س} + \frac{٥}{س + ك}$ هو ح ـ {٠ ، ٣} فإن ك = ...

أ) ٣ ب) ـ٣ جـ) ٥ د) ٦

45) إذا كان أ ⊃ ب فإن ل (أ ∩ ب) تساوى ....

أ) ل (أ ـ ب) ب) ل (أ ∪ ب) جـ) ل (أ) د) ل (ب)

46) إذا كان أ ⊃ ب فإن ل (أ ∪ ب) تساوى ....

أ) صفر ب) ل (أ ∩ ب) جـ) ل (أ) د) ل (ب)

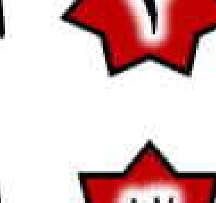
47) مجال الدالة د: د (س) = $\frac{س - ٣}{٢}$ هو ....

أ) ح ب) ح ـ{ ٠ } جـ) ح ـ{ـ١ ، ٠} د) {٠ ، ١}

تراكمي



١) إذا كانت النسبة بين محيطى مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما = ...



٢) المعكوس الجمعى للكسر $\frac{٣}{س^{٢}+١}$ هو ....





٣) إذا كان س عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية هو ....

أ) ٣ + س ب) ٣س جـ) ٣ − س د) $\frac{٣}{س}$

٤) إذا كان $أ^{٢} - ب^{٢} = ٢١$ ، أ + ب = ٧ فإن أ − ب = ...



٥) إذا كان عمر رجل الآن س سنة فإن عمره بعد ٥ سنوات هو .... وعمره منذ ٣ سنوات هو ....



٦) احتمال الحدث المستحيل = ... بينما احتمال الحدث المؤكد = ...



٧) إذا كان $س^{٢} - ص^{٢} = ٢(س + ص)$ فإن س − ص = ...



٨) إذا كان (٥ ، س − ٧) = (ص + ١ ، −٥) فإن س + ص = ...



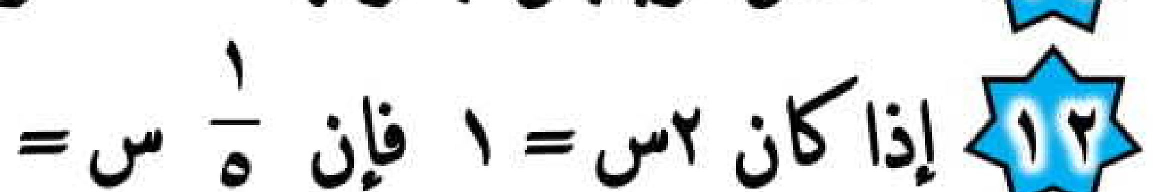
٩) الدالة د حيث $د(س) = س^{٦} + ٢س^{٤} - ٣$ كثيرة حدود من الدرجة ....



١٠) إذا كان منحنى الدالة د حيث $د(س) = س^{٢} - أ$ يمر بالنقطة (١ ، ٠) فإن أ = ...



١١) عددان موجبان مجموعهما ٧ ، وحاصل ضربهما ١٢ فإن العددين هما ....



١٢) إذا كان ٢س = ١ فإن $\frac{١}{٥}$ س = ...

١٣) مجموعة حل المعادلة ٢س + ٤ = ٠ في ط هى ....



١٤) إذا كان المقدار $س^{٢} + ك س + ٣٦$ مربعا كاملا فإن ك = ...



١٥) إذا كان $٥^{س} = ٤$ فإن $٥^{س-١} =$ ....

١٦) إذا كان $٣^{س+٧} = ١$ فإن س = ...

١٧) $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} =$ ....

١٨) $\sqrt{٦٤ + ٣٦} = ٨ +$ ....

١٩) مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ٤ = ٠$ في ح هي ....

٢٠) إذا كانت $س^{٢} ص^{-٢} = ٨١$ فإن $\frac{س}{ص} =$ ....

٢١) $[١ ، ٥] \cup [-٢ ، ٣] =$ ....

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1) إذا كان للمعادلتين : س + ٤ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول فإن ك = ...

أ) ٤ ب) ٧ جـ) ١٢ د) ٢١

2) مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س٢ + ٣ هى ....

أ) { ٠ } ب) Φ جـ) {٣ ، -٣} د) { ٣ }

3) إذا كان ل (أ َ) = ٢ ل (أ) فإن : ل (أ) = ...

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) ١

4) مجال الدالة ن (س) = $\frac{س}{س - ١}$ هو ....

أ) ح - { ٠ } ب) ح - { ١ } جـ) ح - {٠ ، ١} د) ح - {-١ }

5) إذا كان (٥ ، س - ٤) = (ص ، ٣) فإن س + ص = ...

أ) ٢٥ ب) ١٢ جـ) ٨ د) ٦

6) النقطة (-٣ ، ٤) تقع في الربع ....

أ) الأول ب) الثانى جـ) الثالث د) الرابع

السؤال الثانى

(أ) أوجد باستخدام القانون العام مجموعة حل المعادلة

س (س - ١) = ٥ مقربا الناتج لرقم عشرى واحد.

(ب) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث :

ن (س) = $\frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س + ٣} \div \frac{س^٢ - ١}{س + ٥}$

السؤال الثالث

(أ) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين

ص - س = ٣ ، س^٢ + ص^٢ - س ص = ١٣

(ب) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا المجال :

ن(س) = $\frac{س^٢ - س}{س^٢ - ١} + \frac{س - ٥}{س^٢ - ٦س + ٥}$

السؤال الرابع

(أ) أوجد في ح×ح مجموعة حل المعادلتين :

س + ٣ص = ٧ ، ٥س - ص = ٣

(ب) إذا كانت $ن_١$(س) = $\frac{٢س}{٢س + ٨}$ ،

$ن_٢$(س) = $\frac{س^٢ + ٤س}{س^٢ + ٨س + ١٦}$ اثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

السؤال الخامس

(أ) إذا كانت ن (س) = $\frac{س^٢ + ٣س}{س^٣ + ٢٧}$

أوجد $ن^{-١}$(س) في أبسط صورة مبينًا مجال $ن^{-١}$(س)

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ٠,٥ ، ل(أ∪ب) = ٠,٨

فأوجد ل (ب) إذا كان : ١) أ ، ب متنافيان

٢) ل (أ ∩ ب) = ٠,١

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1) إذا كانت س ≠ صفر فإن $\frac{٥ س}{س^٢ + ١} \div \frac{س}{س^٢ + ١} = $ ....

أ) ـ٥ ب) ـ١ جـ) ١ د) ٥

2) إذا كان $٢^{س} = \frac{١}{٤}$ فإن س = ...

أ) ٢ ب) ـ٢ جـ) ١ د) ـ١

3) يقال للحدثين أ ، ب أنهما متنافيان إذا كان أ ∩ ب = ...

أ) صفر ب) ـ١ جـ) {صفر} د) Φ

4) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = $س^٢$ ـ ٢٥ هي ....

أ) { ٥ } ب) { ـ٥ } جـ) {٥ ، ـ٥} د) Φ

5) إذا كانت د (س) = ٩ فإن ٣ د(ـ س) = ...

أ) ـ٣ ب) ٦ جـ) ـ١٢ د) ٢٧

6) ثلث العدد $٣^٩$ هو ....

أ) $٣^٣$ ب) $٣^٤$ جـ) $٣^٦$ د) $٣^٨$

السؤال الثاني

(أ) أوجد المجال المشترك للكسرين الجبريين :

$$\frac{س - ٤}{س^٢ - ٥س + ٦} \quad ، \quad \frac{٢ س}{س^٣ - ٩س}$$

(ب) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين :

ص + ٢س = ٧ ، $٢س^٢$ + س + ٣ص = ١٩

السؤال الثالث

(أ) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينا المجال :

$$ن(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٧س + ١٢} - \frac{س - ٣}{٣ - س + ٥}$$

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية وكان ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$

فأوجد ل (ب)

السؤال الرابع

(أ) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة :

$٢ س^٢ - س - ٢ = ٠$ حيث $\sqrt{١٧} = ٤,١٢$

(ب) إذا كانت $ن_١(س) = \frac{س}{س^٢ - ١}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٥ س}{٥س^٢ - ٥}$ اثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

السؤال الخامس

(أ) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال حيث:

$$ن (س) = \frac{٣س - ١٥}{س + ٣} \times \frac{٤س + ١٢}{٥س - ٢٥}$$

(ب) أوجد بيانيا في ح × ح مجموعة حل المعادلتين:

س + ٢ص = ٨ ، ٣س + ص = ٩

معادلة الدرجة الأولى في متغيرين

معادلة الدرجة الأولى في متغيرين : أ س + ب ص = حـ تمثل بخط مستقيم ، و لها عدد لا نهائي من الحلول في ح × ح



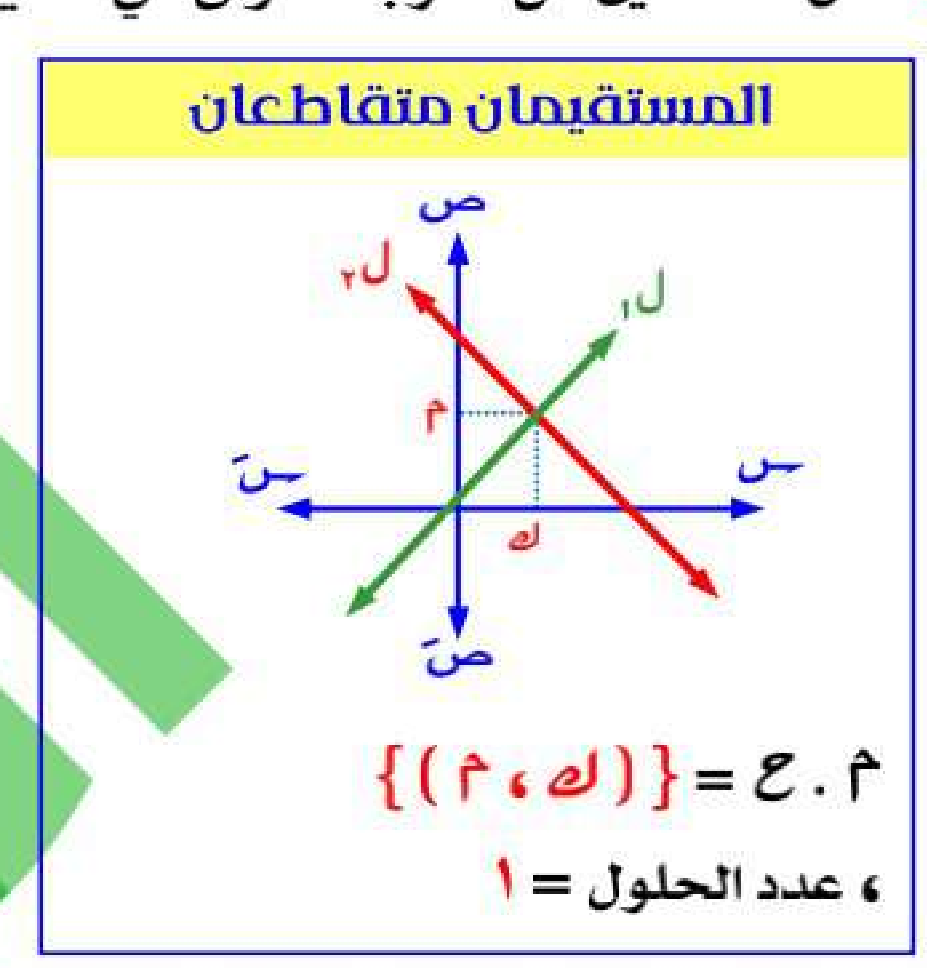
التوضيح يوجد عدد لا نهائي من الأزواج المرتبة التي تحقق المعادلة : س + ص = ٥ مثل : (٤ ، ١) ، (٦ ، – ١) ، .... ، إلخ .

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا

مجموعة حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين هي مجموعة نقاط تقاطع المستقيمين الممثلين للمعادلتين معًا

❋ لحل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا ، نرسم المستقيمين الممثلين للمعادلتين بيانيًا ، و هناك ثلاث حالات للمستقيمين :

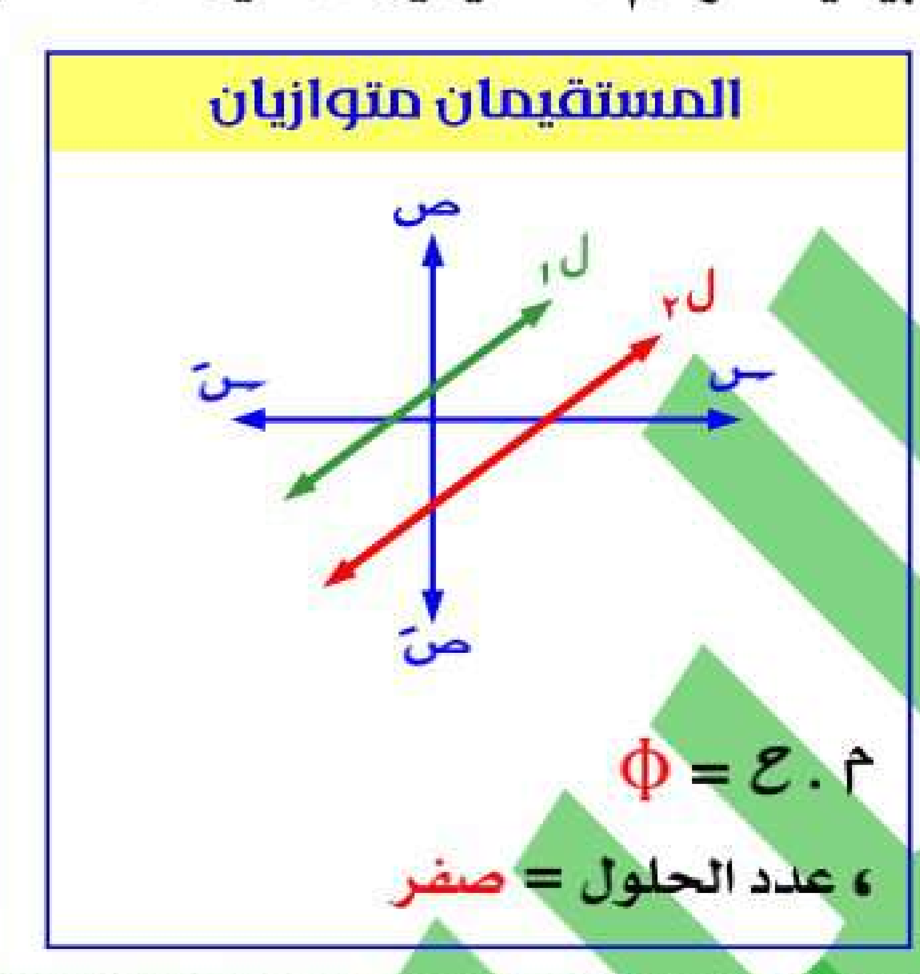
المستقيمان متقاطعان



م . ح = { (ك ، م) }

، عدد الحلول = ١

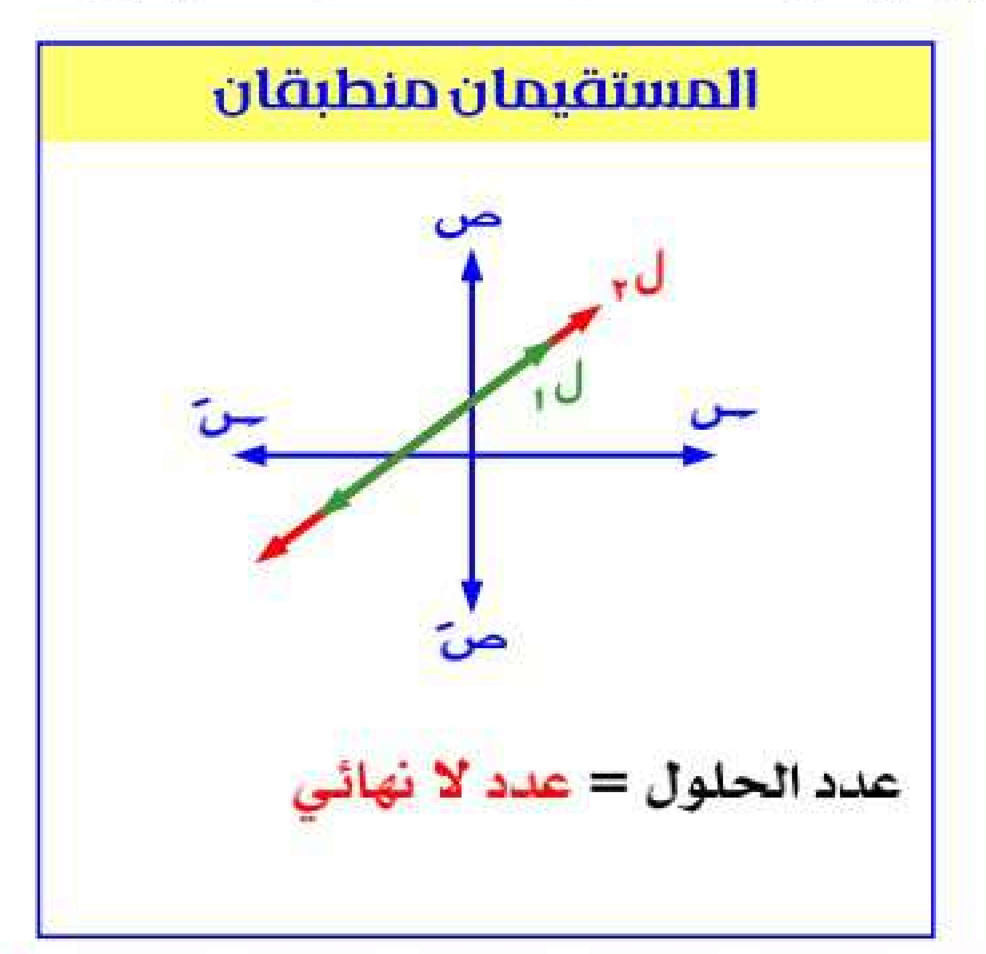
المستقيمان متوازيان



م . ح = ϕ

، عدد الحلول = صفر

المستقيمان منطبقان



عدد الحلول = عدد لا نهائي

❋ يمكن معرفة عدد حلول معادلتين أو العلاقة بين مستقيمين دون تمثيل المعادلتين و ذلك عن طريق مقارنة المعاملات كالتالي :

الحالة الأولى " المستقيمان متقاطعان "

عندما : (معامل س في المعادلة الأولى ÷ معامل س في المعادلة الثانية) ≠ (معامل ص في المعادلة الأولى ÷ معامل ص في المعادلة الثانية) ، عدد الحلول حل وحيد



فمثلًا : عدد حلول المعادلتين : س + ٢ ص = ٥ ، ص + ٢ س = ٧ يساوي .... جاوب بنفسك ؟

الحالة الأولى " المستقيمان منطبقان "

عندما : (معامل س في المعادلة الأولى ÷ معامل س في المعادلة الثانية) = (معامل ص في المعادلة الأولى ÷ معامل ص في المعادلة الثانية) = (الحد المطلق في المعادلة الأولى ÷ الحد المطلق في المعادلة الثانية) ، عدد الحلول عدد لا نهائي



فمثلًا : عدد حلول المعادلتين : س + ٢ ص = ٥ ، ٤ ص + ٢ س = ١٠ يساوي .... جاوب بنفسك ؟

الحالة الأولى " المستقيمان متوازيان "

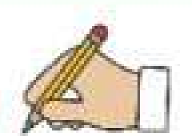
عندما : (معامل س في المعادلة الأولى ÷ معامل س في المعادلة الثانية) = (معامل ص في المعادلة الأولى ÷ معامل ص في المعادلة الثانية) ≠ (الحد المطلق في المعادلة الأولى ÷ الحد المطلق في المعادلة الثانية) ، عدد الحلول صفر



فمثلًا : عدد حلول المعادلتين : س + ٢ ص = ٥ ، ٤ ص + ٢ س = ٦ يساوي .... جاوب بنفسك ؟

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين جبريًا باستخدام طريقة التعويض

نحصل على قيمة أحد المتغيرين من إحدى المعادلتين و من ثم نقوم بالتعويض بها في المعادلة الأخرى و نعين قيمة المتغير الأخر.



فمثلاً : لايجاد مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٥ ، ص − ٢ س = ٢ جبريًا في ح × ح.

س + ص = ٥ (١) ص − ٢ س = ٢ (٢)

من المعادلة (١) ص = ٥ − س (٣)

بالتعويض في المعادلة (٢) ∴ (٥ − س) − ٢ س = ٢ ∴ ٥ − ٣ س = ٢

∴ ٣ س = ٥ − ٢ = ٣ ∴ س = ٣ ÷ ٣ = ١

بالتعويض في (٣) عن س = ١ ∴ ص = ٥ − ١ = ٤ ∴ م . ح = {(١ ، ٤)}

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين جبريًا باستخدام طريقة الحذف

١ نكتب المعادلتين في الصورة : أ س + ب ص = حـ .

٢ نجعل معامل أحد المتغيرين في المعادلة الأولى المعكوس الجمعي لمعامل المتغير نفسه في المعادلة الثانية.

٣ نجمع المعادلتين فنحصل على معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد ، نحلها و نعين قيمة المتغير.

٤ نقوم بالتعويض في أحد المعادلتين للحصول على قيمة المتغير الأخر.

فمثلاً : لايجاد مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٥ ، ٢ س + ص = ٨ جبريًا في ح × ح.

س + ص = ٥ (١) ٢ س + ص = ٨ (٢)

بضرب المعادلة (١) × −١ − س − ص = −٥ (٣)

بجمع المعادلتين (٢) ، (٣) ∴ س = ٣

بالتعويض في (١) عن س = ٣ ∴ ٣ + ص = ٥ ، ومنها ص = ٢ ∴ م . ح = {(٣ ، ٢)}

حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد باستخدام القانون العام جبريًا

١ نكتب المعادلة في الصورة : أ س^2 + ب س + حـ = ٠

٢ نعين كل من : أ معامل س^2 ، ب معامل س ، حـ الحد المطلق

٣ نوجد قيمة س باستخدام القانون العام حيث $\text{س} = \dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - ٤\text{أ}\text{حـ}}}{٢\text{أ}}$

فمثلاً : لايجاد مجموعة حل المعادلة : ٣ س (س − ٢) = ٥ ، جبريًا في ح لأقرب رقمين عشريين.

∵ ٣ س (س − ٢) = ٥ ∴ ٣ س^2 − ٦ س − ٥ = ٠ ∴ أ = ٣ ، ب = −٦ ، حـ = −٥

$$\therefore \text{س} = \dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - ٤\text{أ}\text{حـ}}}{٢\text{أ}} = \dfrac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ٤ \times ٣ \times -٥}}{٢ \times ٣} = \dfrac{٦ \pm \sqrt{٩٦}}{٦}$$

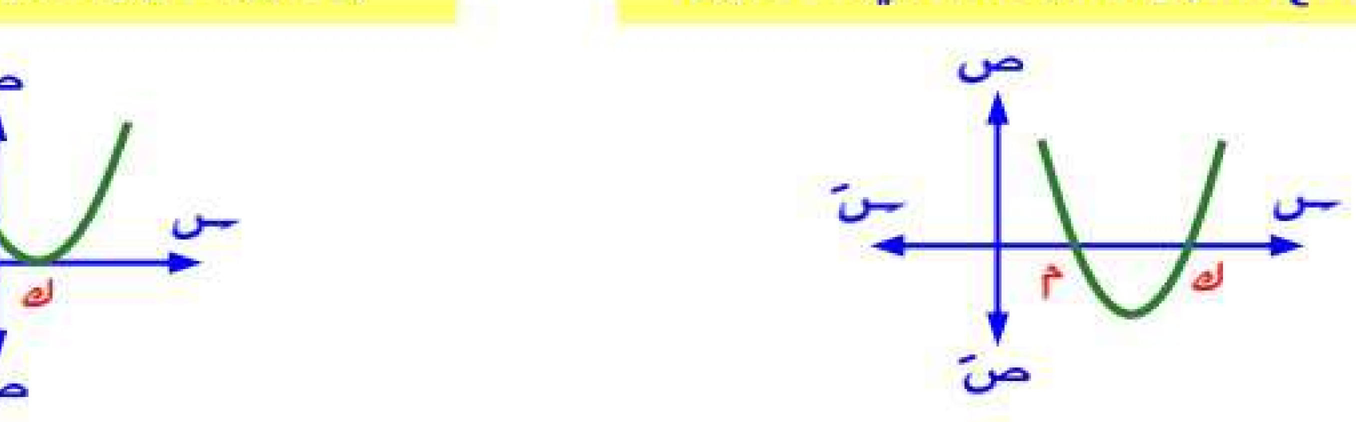
اما : $\text{س} = \dfrac{٦ + \sqrt{٩٦}}{٦} \approx ٢{,}٦٣$ أو : $\text{س} = \dfrac{٦ - \sqrt{٩٦}}{٦} \approx -٠{,}٦٣$ ∴ م . ح = {٢,٦٣ ، −٠,٦٣}

حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد باستخدام القانون العام بيانيًا

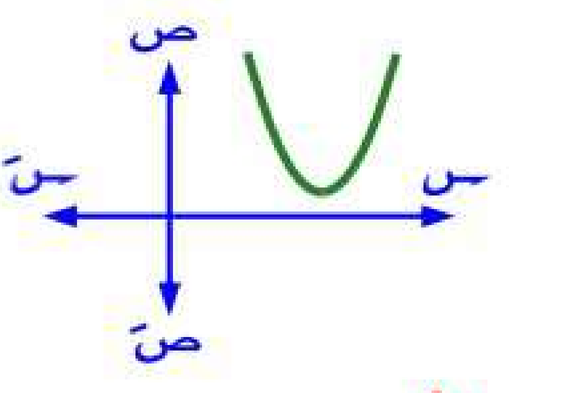
نمثل منحنى الدالة التربيعية بيانيًا ثم نوجد الاحداثيات السينية لنقط تقاطع منحنى الدالة مع محور السينات فتكون هي مجموعة الحل.

* عند تمثيل منحنى الدالة التربيعية ، فإن منحنى الدالة التربيعية :

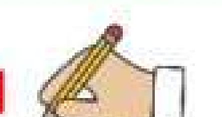
يقطع محور السينات في نقطتين	يمس محور السينات في نقطة	لا يقطع محور السينات



م . ح = {ل ، م} م . ح = {ل}



م . ح = Φ



لاحظ أن : يمكن معرفة عدد حلول المعادلة التربيعية باستخدام المقدار $ب^2 - 4 أ ح$ كالتالي :

إذا كان : المقدار $ب^2 - 4 أ ح > 0$ أي موجب ، فإن عدد حلول المعادلة الحقيقية = ٢

إذا كان : المقدار $ب^2 - 4 أ ح = 0$ ، فإن عدد حلول المعادلة الحقيقية = ١

إذا كان : المقدار $ب^2 - 4 أ ح < 0$ أي سالب ، فإن عدد حلول المعادلة الحقيقية = صفر

حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى و الأخرى من الدرجة الثانية

نحصل على قيمة أحد المتغيرين من معادلة الدرجة الأولى بدلالة المتغير الأخرو من ثم نقوم بالتعويض بها في معادلة الدرجة الثانية.



فمثلًا : لايجاد مجموعة حل المعادلتين س − ص = ٣ ، $س^2 + ص^2 - س ص = 37$ جبريًا في ح × ح.

س − ص = ٣ (١) $س^2 + ص^2 - س ص = 37$ (٢)

من المعادلة (١) س = (ص + ٣) (٣)

بالتعويض في المعادلة (٢) ∴ $(3 + ص)^2 + ص^2 - (3 + ص) ص = 37$

∴ $9 + 6 ص + ص^2 + ص^2 - 3 ص - ص^2 - 37 = 0$ ∴ $ص^2 + 3 ص - 28 = 0$

∴ (ص + ٧) (ص − ٤) = ٠ ∴ إما ص = − ٧ أو ص = ٤

عند ص = − ٧ س = ٣ + (−٧) = − ٤ عند ص = ٤ س = ٣ + ٤ = ٧

∴ م . ح = {(٧ ، ٤) ، (−٤ ، −٧)}

تطبيقات على حل المعادلات

يقصد بها المسائل اللفظية التي تؤول في محتواها إلى معادلة رياضية يتم استنتاجها من سياق الجملة و ترجمتها بالرموز و الأعداد.



مثال: عددان مجموعهما ٧ و خمسة أمثال أصغرهما يزيد عن ثلاثة أمثال أكبرهما بمقدار ٣ ، **أوجد** العددان.

نفرض العدد الأصغر س ، و العدد الأكبر ص

مجموعهما ٧ س + ص = ٧ (١)

خمسة أمثال أصغرهما يزيد عن ثلاثة أمثال أكبرهما بمقدار ٣ ٥ س − ٣ ص = ٣ (٢)

بضرب المعادلة (١) × ٣ ٣ س + ٣ ص = ٢١ (٣)

بجمع المعادلتين (٢) ، (٣) ٨ س = ٢٤ ∴ س = ٣

بالتعويض في (١) عن س = ٣ ∴ ٣ + ص = ٧ ∴ ص = ٤

∴ العددان هما ٣ ، ٤

مثال: مستطيل محيطه يساوي ١٨ سم ، و مساحته تساوي ٢٠ سم^2 ، **أوجد** بعديه.



تذكر أن :
الطول + العرض
= نصف المحيط

نفرض الطول = س ، و العرض = ص

محيطه يساوي ١٨ سم س + ص = ٩ (١)

مساحته تساوي ٢٠ سم^2 س ص = ٢٠ (٢)

من المعادلة (١) ص = (٩ − س) (٣)

بالتعويض في المعادلة (٢) ∴ س (٩ − س) = ٢٠ ∴ $9 س - س^2 - 20 = 0$ بالضرب × − ١

∴ $س^2 - 9 س + 20 = 0$ ∴ (س − ٤) (س − ٥) = ٠ ∴ س = ٤ أو س = ٥

∴ عند س = ٤ ∴ ص = ٩ − ٤ = ٥ ، عند س = ٥ ∴ ص = ٩ − ٥ = ٤

∴ الطول = ٥ سم ، العرض = ٤ سم

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ مجموعة حل المعادلتين : س − ٢ = ٠ ، ص − ٣ = ٠ في ح × ح هي ....

(أ) {(٢ ، ٣)} (ب) {(٣ ، ٢)} (ج) {(−٢ ، −٣)} (د) {(−٣ ، −٢)}

٢ عدد حلول المعادلتين : ص − ٣ = ٠ ، س + ص = ٢ في ح × ح هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٥ ، ٣ س + ك ص = ٢١ صفر من الحلول ، فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٢١

٤ إذا كانت النقطة (١ ، ٢) أحد حلول المعادلة : ص + ك س = ٦ ، فإن : ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

٥ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : ص + ٢ = ٠ ، س + ص = ٥ يتقاطعان في الربع ....

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

٦ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ص = ٥ ، س + ص = ٣ يكونان ....

(أ) متوازيين (ب) متقاطعين (ج) منطبقين (د) غير ذلك

٧ عدد حلول المعادلة : س + ص = ٣ في ط × ط يساوي ....

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) عدد لا نهائي

٨ إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين : س + ٥ ص = ٧ ، س + |ك| ص = ٤ متوازيين ، فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (ج) ±٥ (د) ±٣

٩ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٧ ، ٣ س + ك ص = ٢١ عدد لا نهائي من الحلول ، فإن : ك = ... « سوهاج 2019 »

(أ) ٤ (ب) ٧ (ج) ١٢ (د) ٢١

١٠ نقطة تقاطع المستقيمين : س = ١ ، ص + ٢ = ٠ تقع في الربع .... « مطروح 2019 »

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

١١ المستقيمان الممثلان للمعادلتين : ٣ س + ٧ ص = ٠ ، ٥ س + ٩ ص = ٠ يتقاطعان في .... « الشرقية 2019 »

(أ) الربع الثالث (ب) الربع الرابع (ج) الربع الأول (د) نقطة الأصل

١٢ إذا كانت : س + ص = ٥ ، ص − س = ٣ ، فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

(أ) ١٥ (ب) −١٥ (ج) ٨ (د) −٨

١٣ إذا كانت : $س^٢ + ص^٢$ = ١٣ ، س ص = ٤ ، فإن : $(س - ص)^٢$ = ...

(أ) ١٦١ (ب) ٥ (ج) ١٧ (د) ٢١

١٤ النقطة (٢ ، ٣) تحقق المعادلة ....

(أ) س − ص = ٥ (ب) س = ص − ٥ (ج) ص = ٥ + س (د) ٥ س = ٣ ص + ١

١٥ إذا كانت : س + ص = ٥ ، س − ص = ٣ ، فإن : $س^٢ - ص^٢ + ٢$ = ... « اسماعيلية 2019 »

(أ) ١٥ (ب) ١٦ (ج) ١٧ (د) ١٨

١٦ العددان اللذان مجموعهما ٥ و الفرق بينهما – ٣ ، هما ....

(أ) ١ ، ٤ (ب) ١ ، – ٤ (جـ) – ١ ، ٤ (د) – ١ ، – ٤

١٧ ضعف مربع العدد س يساوي ....

(أ) ٢ س (ب) ٢ $س^٢$ (جـ) ٤ $س^٢$ (د) ٤ س

١٨ مستطيل طوله ضعف عرضه و محيطه يساوي ٢٤ سم ، فإن : مساحته = ... $سم^٢$

(أ) ١٢٨ (ب) ٦٤ (جـ) ٣٢ (د) ١٦

١٩ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق (∠ أ) – ق (∠ جـ) = ٥٠° ، فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٢٠° (جـ) ٧٠° (د) ٩٠°

٢٠ عدد مكون من رقمين ، فإذا كان رقم آحاده س و رقم عشراته ص ، فإن العدد هو ....

(أ) س + ص (ب) س + ١٠ ص (جـ) س ص (د) ص + ١٠ س

٢١ إذا كان عمر أحمد منذ خمس سنوات هو ٩ سنوات فإن عمره بعد سبعة سنوات من الأن يساوي ....

(أ) ٩ سنوات (ب) ١٤ سنة (جـ) ١٥ سنة (د) ٢١ سنة

٢٢ إذا كان للمعادلتين : س + ٤ ص = ٥ ، ٣ س + ك ص = ١٥ ، حل وحيد ، فإن : ك لا يمكن أن تساوي .... « ك الشيخ 2019 »

(أ) ٤ (ب) – ٤ (جـ) ١٢ (د) – ١٢

٢٣ عدد حلول المعادلة : س = ٣ في ح × ح يساوي .... « وجدید 2019 »

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢٤ مجموعة حل المعادلتين : س – ص = ٠ ، س ص = ٩ في ح × ح هي .... « قنا 2018 »

(أ) {(٣ ، ٣)} (ب) {(– ٣ ، – ٣)} (جـ) {(٣ ، ٣) ، (– ٣ ، – ٣)} (د) {(٠ ، ٠)}

٢٥ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ + ٩ = ٠ في ح هي ....

(أ) {٣ ، – ٣} (ب) {٣} (جـ) {– ٣} (د) ϕ

٢٦ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ = س في ح هي ....

(أ) {١ ، – ١} (ب) {١} (جـ) {٠} (د) {١ ، ٠}

٢٧ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقط (٣ ، ٠) ، (٠ ، – ٢) ، (٢ ، ٠)

، فإن مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ في ح هي ....

(أ) {٣ ، – ٢} (ب) {٣ ، ٢} (جـ) {– ٢} (د) ϕ

٢٨ عدد حلول المعادلة : $س^٢$ + ٥ س – ٦ = ٠ في ط يساوي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢٩ إذا كان منحنى الدالة د : د(س) = أ $س^٢$ + ب س + جـ له قيمة صغرى عند ص = ٢

، فإن مجموعة حل المعادلة د (س) = ٠ في ح هي ....

(أ) ϕ (ب) {٢} (جـ) {٠ ، ٢} (د) {٢ ، ٠}

٣٠ إذا كانت : س = ١ أحد جذري المعادلة : $س^٢$ + أ س = ٢ ، فإن : أ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) – ١

٣١ إذا كان منحنى الدالة د : د(سـ) = أ سـ^{٢} − ١ يمر بالنقطة (١ ، ٠) ، فإن : أ = ...

Ⓐ صفر　Ⓑ ١　Ⓒ −١　Ⓓ ٢

٣٢ منحنى الدالة د : د(سـ) = أ سـ^{٢} + بـ سـ + حـ يقطع محور الصادات في النقطة .... « الدقهلية 2019 »

Ⓐ (٠ ، بـ)　Ⓑ (بـ ، ٠)　Ⓒ (٠ ، حـ)　Ⓓ (حـ ، ٠)

٣٣ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د : د(سـ) = سـ^{٢} − ٢ هي ....

Ⓐ سـ = ٢　Ⓑ سـ = ١　Ⓒ سـ = −٢　Ⓓ سـ = صفر

٣٤ أحد حلول المعادلتين : سـ − ص = ٢ ، سـ^{٢} + ص^{٢} = ٢٠ في ح × ح هو ....

Ⓐ (−٤ ، ٢)　Ⓑ (٢ ، −٤)　Ⓒ (٣ ، ١)　Ⓓ (٤ ، ٢)

٣٥ العددان اللذان مجموعهما − ٧ و حاصل ضربهما ١٢ هما ....

Ⓐ ٣ ، ٤　Ⓑ −٣ ، −٤　Ⓒ ٢ ، ٦　Ⓓ ١ ، ٦

٣٦ إذا كان : عُمر أحمد الآن هو سـ ، فإن مربع عمره منذ ٥ سنوات هو ....

Ⓐ سـ^{٢} − ٢٥　Ⓑ سـ^{٢} + ٢٥　Ⓒ (سـ − ٥)^{٢}　Ⓓ (سـ + ٥)^{٢}

٣٧ إذا كان : سـ ص = ٣ ، وكان سـ ص^{٢} = ١٢ ، فإن : ص = ...

Ⓐ −٢　Ⓑ ٤　Ⓒ ٩　Ⓓ ±٢

٣٨ المعادلة : ٢ سـ − ٣ ص + ٥ سـ ص = ١١ من الدرجة ....

Ⓐ الصفرية　Ⓑ الأولى　Ⓒ الثانية　Ⓓ الثالثة

٣٩ « مهارات وقدرات » إذا كانت معادلة محور تماثل منحنى الدالة د : د(سـ) = أ سـ^{٢} + بـ سـ + حـ هي سـ = ٢

، فإن : د(٥) − د(−١) = ...

Ⓐ صفر　Ⓑ ٦　Ⓒ بـ　Ⓓ حـ

٤٠ « مهارات وقدرات » إذا كانت د دالة من الدرجة الثانية في متغير واحد و كانت : د(٣) = د(٢) = صفر

، فإن مجموعة حل المعادلة د (سـ) = ٠ في ح هي ....

Ⓐ {٥}　Ⓑ {صفر}　Ⓒ {٢ ، ٣}　Ⓓ {٢ ، ٣ ، ٠}

٤١ « مهارات وقدرات » إذا كانت معادلة محور تماثل منحنى الدالة د : د(سـ) = سـ^{٢} + بـ سـ + ٢٤ هي سـ = ٥

، فإن مجموعة حل المعادلة د (سـ) = ٠ في ح هي ....

Ⓐ {٤}　Ⓑ {٦}　Ⓒ {٤ ، ٦}　Ⓓ {−٤ ، −٦}

٤٢ « مهارات وقدرات » إذا كانت نقطة رأس منحنى الدالة د : د(سـ) = أ سـ^{٢} + بـ سـ + حـ حيث أ > ٠ هي (١ ، ٣).

، فإن عدد حلول المعادلة د (سـ) = ٠ في ح هي ....

Ⓐ صفر　Ⓑ ١　Ⓒ ٢　Ⓓ ٣

٤٣ « مهارات وقدرات » إذا كان أحد جذري المعادلة : أ سـ^{٢} + بـ سـ + حـ = ٠ معكوسًا جمعيًا للآخر ، فإن : .... = صفر

Ⓐ أ　Ⓑ بـ　Ⓒ حـ　Ⓓ أ + بـ + حـ

٤٤ « مهارات وقدرات » إذا كانت نقطة رأس منحنى الدالة د : د(سـ) = سـ^{٢} + أ سـ + بـ هي (٢ ، −١).

، فإن مجموعة حل المعادلة د (سـ) = ٠ في ح هي ....

Ⓐ {١}　Ⓑ {١ ، ٣}　Ⓒ {٢ ، ٤}　Ⓓ {−٤ ، ٣}

ثانيًا أوجد في ح × ح مجموعة حل كل زوج من المعادلات الآتية :

١ ٣ س − ص = ٥ ، س + ٢ ص = ٤ « الدقهلية 2019 »

٢ س + ص = ٤ ، ٢ س − ص = ٢ « اسوان 2018 »

٣ س = ص + ٤ ، ٣ س + ٤ ص = ٥ « الدقهلية 2018 »

٤ ٢ س − ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤ « الاسكندرية 2018 »

٥ $\frac{س}{٢} + \frac{٣ص}{٢} = ١$ ، $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٣} = \frac{١}{٢}$

٦ ٣ س + ٤ ص = ١٠ ، ٤ س + ٣ ص = ١١

٧ ص − س = ٢ ، $س^{٢}$ + س ص − ٤ = ٠ « اسوان ، البحيرة ، الدقهلية 2018 »

٨ س − ص = صفر ، $س^{٢}$ + س ص + $ص^{٢}$ = ٢٧ « الاقصر 2018 ، سوهاج 2019 »

٩ س + ص = ٤ ، $س^{٢}$ + س ص + $ص^{٢}$ = ١٣ « الجيزة 2018 »

١٠ ٢ س − ص = ٤ ، س ص = ٦ « الفيوم 2018 »

ثالثًا باستخدام القانون العام أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

١ ٣ $س^{٢}$ − ٦ س + ١ = ٠ « جنوب سيناء 2018 ، اسماعيلية 2019 »

٢ ٣ $س^{٢}$ + ١ = ٥ س « كفر الشيخ 2019 ، الجيزة 2019 »

٣ س (س − ١) = ٤ « سوهاج 2019 ، كفر الشيخ 2016 »

٤ $(س − ٣)^{٢}$ − ٥ س = ٠

٥ س + $\frac{١}{س}$ + ٣ = ٠ « مطروح 2019 »

٦ $\frac{٨}{س^{٢}} + \frac{١}{س} = ١$

رابعًا أجب عن الأسئلة الآتية

١ عددان حاصل ضربهما ١٠ و الفرق بينهما يساوي ٣ ، **أوجد :** العددين. « اسماعيلية 2019 »

٢ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما يساوي ٥٠° ، **أوجد :** قياس كل منهما. « البحيرة 2019 ، القليوبية 2017 »

٣ عددان حقيقيان مجموعهما ٩ ، و الفرق بين مربعيهما يساوي ٤٥. « الفيوم 2019 »

٤ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ، و محيطه يساوي ٢٨ سم ، **أوجد :** مساحته . « القاهرة 2017 »

٥ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ ، و إذا عكس وضع الرقمين ، كان العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلي بمقدار ٢٧.
، **أوجد :** العدد الأصلي « كفر الشيخ 2016 »

٦ مستطيل محيطه يساوي ١٨ سم ، مساحته تساوي ١٨ $سم^{٢}$ ، **أوجد :** بعديه . « الوادي الجديد 2016 »

٧ تتحرك نقطة على المستقيم : ٥ س − ٢ ص = ١ بحيث كان احداثيها الصادي ضعف مربع احداثيها السيني ، **أوجد :** هذه النقطة

٨ **ارسم :** الشكل البياني للدالة د : د (س) = $س^{٢}$ + ٢ س + ١ في [− ٤ ، ٣]
، و من الرسم **أوجد :** مجموعة حل المعادلة د (س) = صفر

٩ إذا كان (٣ ، − ١) حلاً للمعادلتين : أ س + ب ص − ٥ = ٠ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧ ، **أوجد :** قيمتي أ ، ب.

١٠ إذا كانت : د (س) = أ $س^{٢}$ + ب ، و كانت د (١) = ٥ ، د (٢) = ١١ . **أوجد :** قيمتي أ ، ب.

١١ إذا كانت المستقيمات الممثلة للمعادلات : س + ص = ٣ ، ٣ س − ٢ ص + ١ = ٠ ، ص + ك س = ٤.
تتقاطع جميعًا في نقطة واحدة . **أوجد :** قيمة ك .



مجموعة أصفار الدالة

يقصد بمجموعة أصفار الدالة ، قيم س التي تجعل الدالة تساوي صفر ، لذلك عند إيجاد أصفار دالة نساوي الدالة بالصفر و نوجد قيم س



فمثلًا : لايجاد مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^{٣} − ٧ س^{٢} + ١٢ س.

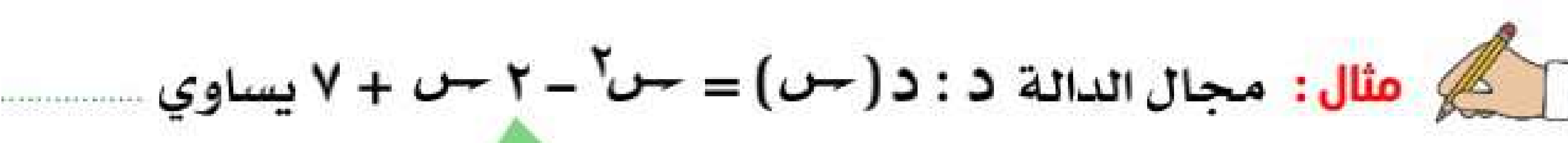
نضع د(س) = صفر ∴ س^{٣} − ٧ س^{٢} + ١٢ س = ٠ ∴ س (س^{٢} − ٧ س + ١٢) = ٠

∴ س(س − ٣) (س − ٤) = ٠ ∴ س = ٠ أو س = ٣ أو س = ٤ ∴ ص (د) = {٠ ، ٣ ، ٤}



مجال الدوال الحقيقية

مجال الدوال كثيرات الحدود = ح ما لم يذكر خلاف ذلك ، مجال الدوال الكسرية = ح − {أصفار المقام}



مثال : مجال الدالة د : د(س) = س^{٢} − ٢ س + ٧ يساوي ....

∵ الدالة د كثيرة حدود ∴ المجال = ح

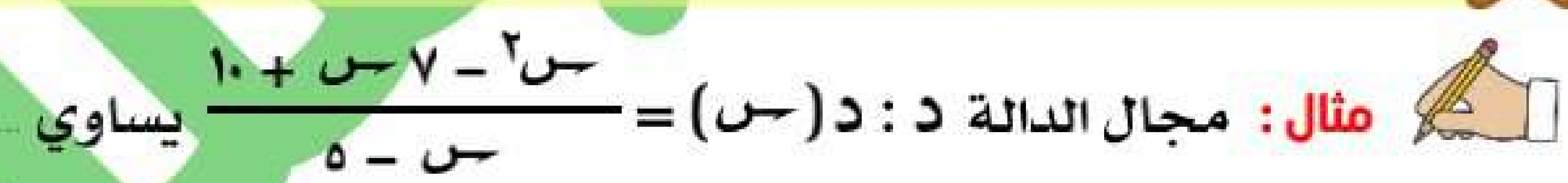
مثال أخر : مجال الدالة د : د(س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٩}$ يساوي ....

نضع : س^{٢} − ٩ = ٠ ∴ (س − ٣) (س + ٣) = ٠ ∴ س = ٣ أو س = −٣

∴ المجال = ح − {٣ ، −٣}

أصفار الكسر الجبري

مجموعة أصفار الكسر الجبري = {أصفار البسط} − {أصفار المقام}



مثال : مجال الدالة د : د(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٠}{\text{س} - ٥}$ يساوي ....

د(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٠}{\text{س} - ٥}$ = $\frac{(\text{س} - ٥)(\text{س} - ٢)}{\text{س} - ٥}$ أصفار البسط = {٥ ، ٢} ، أصفار المقام = {٥}

∴ أصفار الكسر الجبري = {٥ ، ٢} − {٥} = {٢}

اختزل الكسر الجبري

المقصود باختزال الكسر الجبري أي وضعه في أبسط صورة و ذلك عن طريق تحليل البسط و المقام و حذف العوامل المشتركة

مثال : أوجد في أبسط صورة : ن : ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٦}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} - ١٢}$ مبينًا مجاله.

ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٦}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} - ١٢}$ = $\frac{(\text{س} - ٦)(\text{س} - ١)}{(\text{س} - ٦)(\text{س} + ٢)}$

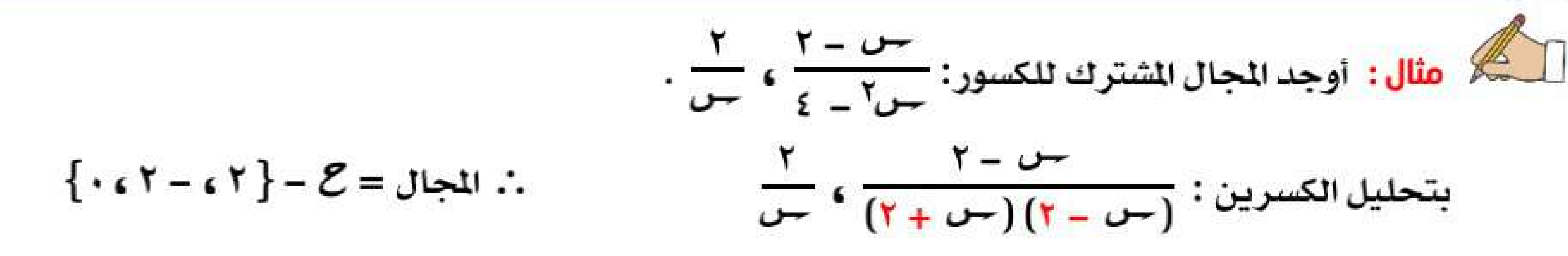
نكتب أصفار المقام مباشرة بتغيير إشارة العدد (− ٦) ، (٢)
و إذا كان معامل س عدد غير الواحد الصحيح نقسم عليه

∴ المجال = ح − {٦ ، −٢} ∴ ن(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ٢}$

لاحظ أن : يتم إيجاد المجال قبل اختزال الكسر الجبري من أصفار المقام.

المجال المشترك لعدة كسور جبرية

ليكن لدينا عدة كسور جبرية ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ ، ..... إلخ ، فإن المجال المشترك لهذه الكسور معًا هو ح − {أصفار مقامات هذه الكسور}



مثال : أوجد المجال المشترك للكسور: $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ ، $\frac{٢}{\text{س}}$.

بتحليل الكسرين : $\frac{\text{س} - ٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$ ، $\frac{٢}{\text{س}}$ ∴ المجال = ح − {٢ ، −٢ ، ٠}

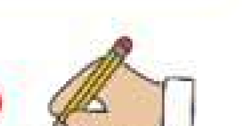
تساوي كسرين جبريين

يقال أن الكسر الجبري $ن_1$ = الكسرالجبري $ن_2$ إذا كان :

❋ أبسط صورة للكسر الجبري $ن_1$ = أبسط صورة للكسر الجبري $ن_2$ ❋ مجال الكسر الجبري $ن_1$ = مجال الكسر الجبري $ن_2$

ملاحظة : إذا كان الكسران الجبريان لهما نفس الصورة بعد الاختزال و لكن المجال غير متساوي :

فيقال بأن الكسر الجبري $ن_1$ = الكسرالجبري $ن_2$ لكل $س \in ح$ – { أصفار مقامات الكسرين }



مثال : إذا كان : $ن_1(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - 4س + 4}$ ، $ن_2(س) = \frac{س^3 + 2س^2 + 4س}{س^3 - 8}$ ، أثبت أن : $ن_1 = ن_2$

بالنسبة للكسر الجبري $ن_1$

$$ن_1(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - 4س + 4} = \frac{س(س - 2)}{(س - 2)(س - 2)}$$

∴ المجال = ح – {2} ، $ن_1(س) = \frac{س}{س - 2}$

بالنسبة للكسر الجبري $ن_2$

$$ن_2(س) = \frac{س^3 + 2س^2 + 4س}{س^3 - 8} = \frac{س(س^2 + 2س + 4)}{(س - 2)(س^2 + 2س + 4)}$$

∴ المجال = ح – {2} ، $ن_2(س) = \frac{س}{س - 2}$

∴ $ن_1 = ن_2$

العمليات على الكسور الجبرية

ليكن لدينا كسران جبريان $ن_1$ ، $ن_2$ فإن :

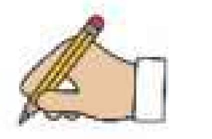
❋ مجال $(ن_1 + ن_2)$ = ح – { أصفار مقامات الكسرين } ❋ مجال $(ن_1 - ن_2)$ = ح – { أصفار مقامات الكسرين }

❋ مجال $(ن_1 \times ن_2)$ = ح – { أصفار مقامات الكسرين }

❋ مجال $(ن_1 \div ن_2)$ = ح – { أصفار مقامات الكسرين ∪ أصفار بسط الكسر $ن_2$ }

❋ مجال الكسر الجبري يساوي مجال معكوسه الجمعي ، بينما مجال الكسر الجبري لا يساوي مجال معكوسه الضربي.

❋ $ن^{-1}(س)$ = مقلوب الكسر الجبري ن(س) ❋ مجال $(ن^{-1})$ = ح – { أصفار مقام و بسط الكسر الجبري ن }



مثال : إذا كان : $ن(س) = \frac{س^2 - 4}{س^2 - 5س + 6} - \frac{5س + 35}{س^2 + 4س - 21}$ ، أوجد : ن(س) في أبسط صورة مبينًا مجاله.

$$ن(س) = \frac{س^2 - 4}{س^2 - 5س + 6} - \frac{5س + 35}{س^2 + 4س - 21} = \frac{(س + 2)(س - 2)}{(س - 2)(س - 3)} - \frac{5(س + 7)}{(س - 3)(س + 7)}$$

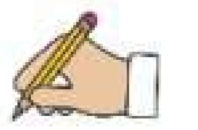
∴ المجال = ح – {2 ، 3 ، –7} ، $ن(س) = \frac{(س + 2)}{(س - 3)} - \frac{5}{(س - 3)} = \frac{س + 2 - 5}{س - 3} = \frac{س - 3}{س - 3} = 1$



مثال : إذا كان : $ن(س) = \frac{س^3 - 27}{س^2 - 4س + 3} \div \frac{س^3 + 3س^2 + 9س}{س^2 - س}$ ، أوجد : ن(س) في أبسط صورة مبينًا مجاله.

$$ن(س) = \frac{س^3 - 27}{س^2 - 4س + 3} \div \frac{س^3 + 3س^2 + 9س}{س^2 - س} = \frac{(س - 3)(س^2 + 3س + 9)}{(س - 3)(س - 1)} \div \frac{س(س^2 + 3س + 9)}{س(س - 1)}$$

∴ المجال = ح – { 3 ، 1 ، 0 } ، $ن(س) = \frac{(س^2 + 3س + 9)}{(س - 1)} \times \frac{(س - 1)}{(س^2 + 3س + 9)} = 1$



مثال : إذا كان : $ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 - 9س + 18}$ ، أوجد : $ن^{-1}(س)$ في أبسط صورة مبينًا مجاله.

$$ن(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 - 9س + 18} = \frac{(س - 3)(س + 3)}{(س - 3)(س - 6)}$$

∴ المجال = ح – { 3 ، –3 ، 6 } ، $ن(س) = \frac{س + 3}{س - 6}$ ∴ $ن^{-1}(س) = \frac{س - 6}{س + 3}$

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة



١ مجموعة أصفار الدالة : د : د(س) = ٥ هي .... « الأقصر 2016 ، الأقصر 2018 »

(أ) {٥} (ب) {٥ ، −٥} (ج) {صفر} (د) ϕ

٢ مجموعة أصفار الدالة : د : د(س) = −٣ س هي .... « الغربية 2016 ، بورسعيد 2018 »

(أ) {٠} (ب) {−٣ ، ٠} (ج) {−٣} (د) ح

٣ مجموعة أصفار الدالة : د : د(س) = صفر هي ....

(أ) {٠} (ب) ح (ج) ح − {٠} (د) ϕ

٤ مجموعة أصفار الدالة : د : د(س) = س^{3} − ٧ س^{2} + ١٢ س هي ....

(أ) {٣ ، ٤} (ب) {٣ ، ٤ ، ٠} (ج) {−٣ ، −٤} (د) ϕ

٥ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^{2} + أ س + ب هي {٣} وكان : أ − ب = ٥ ، فإن : ....

(أ) ب = ٦ أ (ب) أ = ٦ ب (ج) أ = ب (د) أ = −ب

٦ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^{2} + أ س + ٢ هي {−١ ، −٢} ، فإن : أ = ...

(أ) −٣ (ب) ٣ (ج) −١ (د) ١

٧ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^{2} + ك س + ١ هي ϕ ، فإن : ك = ... « الشرقية 2015 »

(أ) ٣ (ب) ٢ (ج) ١ (د) −٢

٨ إذا كانت : مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = (أ − ٣) س^{2} + س + ب − ٢ هي ح ، فإن : أ + ب = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) −١ (د) −٥

٩ مجال الكسر الجبري ن : ن(س) = $\frac{س + ٤}{س - ٤}$ يساوي .... « الجيزة 2015 »

(أ) ح (ب) ح − {٤} (ج) ح − {−٤} (د) {٤}

١٠ مجموعة أصفار الكسر الجبري ن : ن(س) = $\frac{س^{2} - ٩}{س - ٣}$ يساوي .... « الأزهر 2016 ، المنوفية 2017 »

(أ) {٣} (ب) {−٣} (ج) {٣ ، −٣} (د) ح − {٣ ، −٣}

١١ الدالة ن : ن(س) = $\frac{س}{س^{3} - س}$ تكون غير معرفة عندما س ∈ ....

(أ) ح − {١ ، −١ ، ٠} (ب) {١ ، −١ ، ٠} (ج) ح − {١ ، −١} (د) {١ ، −١}

١٢ إذا كان مجال الكسر الجبري ن : ن(س) = $\frac{٢}{س^{2} + ك}$ هو ح − {٥ ، −٥} فإن : ك = ...

(أ) −٥ (ب) ٥ (ج) ٢٥ (د) −٢٥

١٣ مجموعة أصفار الدالة ن : ن(س) = $\frac{س - ١}{س + ١}$ هي .... « القاهرة 2015 »

(أ) ح − {١} (ب) ح − {−١} (ج) {١} (د) {−١}

١٤ المجال المشترك للكسرين الجبريين : $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ ، $\frac{س}{س - ٦}$ هو .... « القليوبية 2015 »

(أ) ح (ب) ح − {٣} (ج) ح − {٦} (د) ح − {٣ ، ٦}

١٥ المجال المشترك للكسرين الجبريين : $\frac{٢}{س^٢ - ١}$ ، $\frac{٥ س}{س^٢ - س}$ هو .... « الفيوم 2018 »

(أ) ح - {١}　(ب) ح - {٠ ، ١}　(ج) ح - {٠ ، ١ ، -١}　(د) ح - {١ ، -١}

١٦ إذا كان المجال المشترك للكسرين الجبريين : $\frac{-٧}{س + ٢}$ ، $\frac{س - ٣}{س - أ}$ هو ح - {-٢ ، ٧} ، فإن : أ = ...

(أ) ٣　(ب) -٢　(ج) ٧　(د) -٧

١٧ أبسط صورة للكسر الجبري ن : ن(س) = $\frac{٥ - س}{س - ٥}$ ، حيث $س \neq -٥$ هي .... « المنوفية 2015 »

(أ) صفر　(ب) ٤　(ج) ١　(د) -١

١٨ إذا كان : ن(س) = $\frac{س - ١}{س + ٣}$ ، فإن مجال $ن^{-١}$ يساوي .... « المنوفية 2015 »

(أ) ح - {١}　(ب) ح - {-٣}　(ج) ح - {١ ، -٣}　(د) {١ ، -٣}

١٩ أبسط صورة للدالة د : د(س) = $\frac{س^٢ + ١}{س^٢ + ٤} + \frac{٣}{س^٢ + ٤}$ هي .... « الفيوم 2015 »

(أ) ٣　(ب) ٤　(ج) ١　(د) $\frac{١}{س^٢ + ٤}$

٢٠ إذا كان مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ + أ}$ هو ح ، فإن : أ .... صفر « الدقهلية 2016 »

(أ) $<$　(ب) $>$　(ج) $=$　(د) $\geqslant$

٢١ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص ، فإن مجال الدالة د هو .... « بني سويف 2016 »

(أ) س　(ب) ص　(ج) س × ص　(د) ص × س

٢٢ إذا كان للكسر الجبري ن(س) = $\frac{س - أ}{س - ٢}$ معكوسًا ضربيًا هو $\frac{س - ٢}{س + ٣}$ ، فإن : أ = ... « بورسعيد 2016 »

(أ) -٢　(ب) ٢　(ج) -٣　(د) ٣

٢٣ أبسط صورة للكسر الجبري ن : ن(س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س + ٢}$ هي ....

(أ) س + ٢　(ب) س - ٢　(ج) $\frac{س - ٢}{س + ٢}$　(د) ١

٢٤ أبسط صورة للكسر الجبري ن : ن(س) = $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٥ س + ٦}$ هي ....

(أ) س + ٢　(ب) س + ٢　(ج) $\frac{١}{س + ٢}$　(د) $\frac{١}{س - ٢}$

٢٥ إذا كان : $ن_١(س) = \frac{٥ س}{٥ س^٢ + ٢٠}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س + ٤}$ ، فإن : $ن_١ = ن_٢$ في المجال ....

(أ) ح　(ب) ح - {-٤}　(ج) ح - {٢ ، -٢}　(د) {٢ ، -٢ ، -٤}

٢٦ إذا كان : ن(س) = $\frac{س^٢ + ٦ س + ٨}{س^٢ - ٣ س - ١٠}$ ، فإن : ن(-٢) ....

(أ) تساوي صفر　(ب) تساوي ٦٣　(ج) تساوي ٥　(د) غير معرفة

٢٧ إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س - ٢}{س^٢ - ٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{١}{س + ٢}$ ، فإن المجال الذي يتساوي فيه الكسرين الجبريين هو ....

(أ) ح - {٢ ، -٢ ، ٠} (ب) ح - {٢ ، -٢} (ج) ح - {٢ ، ٠} (د) ح - {٢}

٢٨ إذا كان : $ن(س) = \frac{س^٢ - ٥س + ٤}{س^٢ - ١٦}$ ، فإن : $ن^{-١}(١)$ ....

(أ) تساوي صفر (ب) تساوي ١ (ج) تساوي -١ (د) غير معرفة

٢٩ مجال الدالة د : $د(س) = س^٢ - ٣س + ٢$ هو ....

(أ) ح (ب) ح - {٢ ، ١} (ج) {٢ ، ١} (د) ح - {٠}

٣٠ إذا كان : $ن(س) = \frac{٣}{س} + \frac{س}{٣}$ ، فإن مجال ن هو .... « الشرقية 2018 »

(أ) ح - {٠} (ب) ح - {٠ ، ٣} (ج) ح - {٣} (د) ح

٣١ يكون للكسر الجبري $ن(س) = \frac{س - ٢}{س - ٤}$ معكوسًا جمعيًا في المجال .... « قنا 2016 »

(أ) ح - {٢} (ب) ح - {٢ ، ٤} (ج) ح - {٤} (د) ح - {٢ ، -٢}

٣٢ المعكوس الجمعي للكسر الجبري : $ن(س) = \frac{س + ٧}{س - ٥}$ هو ....

(أ) $\frac{٧ - س}{س + ٥}$ (ب) $\frac{س + ٧}{٥ - س}$ (ج) $\frac{-(س + ٧)}{٥ - س}$ (د) $\frac{س - ٧}{٥ - س}$

٣٣ يكون للكسر الجبري $ن(س) = \frac{س - ٢}{س - ٥}$ معكوسًا ضربيًا في المجال .... « البحيرة 2015 ، الجيزة 2016 »

(أ) ح - {٢} (ب) ح - {٢ ، ٥} (ج) ح - {٥} (د) ح - {-٢ ، -٥}

ثانيًا أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا المجال :

١ $ن(س) = \frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ١} \times \frac{س + ١}{س^٢ + س + ١}$ « اسوان 2018 »

٢ $ن(س) = \frac{س^٢ + ٤س}{س^٢ - ١٦} + \frac{س + ٣}{س^٢ - س - ١٢}$ « اسيوط 2018 »

٣ $ن(س) = \frac{س^٢ - ٨س + ١٢}{س^٢ - ٤س + ٤} + \frac{س^٢ - ٤س - ٥}{س^٢ - ٧س + ١٠}$ « البحيرة 2018 »

٤ $ن(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٣ - ٢٧} \div \frac{س + ٢}{س^٢ + ٣س + ٩}$ « الشرقية 2018 ، القاهرة 2015 ، البحر الاحمر 2016 »

٥ $ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ١٥}{س^٢ - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^٢ - ٦س + ٩}$ « الغربية 2018 »

٦ $ن(س) = \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ - ٥س + ٦} \div \frac{س^٣ + ٣س^٢ + ٩س}{٢س^٢ - ٥س + ٢}$ « ك.الشيخ 2018 »

٧ $ن(س) = \frac{س^٢ - ٢س}{س^٢ - ٣س + ٢} - \frac{٤ - س^٢}{س^٢ + س - ٢}$ « الغربية 2015 »

٨ $ن(س) = \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{س^٢ - ١} + \frac{٣س - ١٥}{س^٢ - ٤س - ٥}$ « الوادي الجديد 2015 ، الدقهلية 2016 »

٩ $ن(س) = \frac{س^٢ - ٣س}{٢س^٢ - س - ٦} + \frac{٢س^٢ - ٣س}{٤س^٢ - ٩}$ « الأقصر 2016 »

١٠ $ن(س) = \frac{س^٢ + س + ١}{س^٤ - س} + \frac{س + ٣}{٣ - ٢س - س^٢}$ « المنوفية 2017 »

ثالثاً أجب عن الأسئلة الآتية

١ إذا كان : $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)}$ ، **فأوجد :** « القاهرة 2015 ، قنا 2017 ، الاقصر 2018 ، البحيرة 2019 ، الدقهلية 2019 »

(١) $ن^{-١}(س)$ في أبسط صورة مبيناً مجاله. (٢) جذري المعادلة : $ن^{-١}(س) = ٣$.

٢ إذا كان مجال الدالة د : $د(س) = \frac{ب}{س - ١} + \frac{٤}{٢س + أ}$ هو $ح - \{١\}$ ، $د(٩) = ١$

، **فأوجد :** قيمتي أ ، ب « الشرقية 2015 »

٣ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : $د(س) = أس^{٢} + ب س + ٨$ هي $\{٢ ، ٤\}$ ، **أوجد :** قيمتي أ ، ب. « بورسعيد 2015 »

٤ إذا كان : $ن(س) = \frac{٢س - ٦}{س^{٢} - ٥س + ٦}$ ، **فأوجد :** $ن(س)$ في أبسط صورة مبيناً مجاله ، ثم **أوجد :** $ن(٠)$. « الاقصر 2015 »

٥ إذا كان : $د_{١}(س) = \frac{س - أ}{س + ب}$ ، و مجموعة أصفار $د_{١}$ هي $\{٥\}$ ، و مجال $د_{١}$ هو $ح - \{٣\}$ **فأوجد :** قيمتي أ ، ب.

، و إذا كانت : $د_{٢}(س) = \frac{س - ١}{س - ٣}$ ، **فأوجد :** $د_{١}(س) + د_{٢}(س)$ في أبسط صورة « الدقهلية 2016 »

٦ إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د : $د(س) = \frac{أس^{٢} - ٦س + ٨}{ب س - ٤}$ هي $\{٤\}$ و مجالها هو $ح - \{٢\}$.

، **فأوجد :** قيمتي أ ، ب. « الشرقية 2017 »

٧ إذا كان : $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٣س}{س^{٢} + س - ٦}$ ، **فأوجد :** « شمال سيناء 2017 »

(١) $ن^{-١}(س)$ في أبسط صورة مبيناً مجاله. (٢) جذري المعادلة : $ن^{-١}(س) = ٢$.

٨ **أوجد :** المجال المشترك الذي يتساوي فيه الكسران الجبريان :

$ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} + س - ١٢}{س^{٢} + ٥س + ٤}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{س^{٢} + ٢س + ١}$ « بني سويف 2016 ، أسوان 2017 »

٩ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{٢س}{٢س + ٤}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٢} + ٤س + ٤}$

، **فاثبت أن :** $ن_{١} = ن_{٢}$ « الاسكندرية 2015 ، القليوبية 2017 ، الغربية 2018 ، البحيرة 2019 »

١٠ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢}}{س^{٣} - س^{٢}}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{س^{٣} + س^{٢} + س}{س^{٤} - س}$

، **فاثبت أن :** $ن_{١} = ن_{٢}$ « القليوبية 2015 ، الاسكندرية 2016 ، البحيرة 2017 ، اسوان 2018 »

١١ إذا كان : $ن_{١}(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢س - ٦}$ ، **فأوجد :** $ن^{-١}(س)$ في أبسط صورة. « كفر الشيخ 2018 »

إجابات الوحدة الأولى

أولاً اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ {(٢ ، ٣)}	٢ ١	٣ ١٢	٤ ٤
٥ الرابع	٦ متوازيين	٧ ٤	٨ ± ٥
٩ ١٢	١٠ الرابع	١١ نقطة الأصل	١٢ – ١٥
١٣ ٥	١٤ ٥ س = ٣ ص + ١	١٥ ١٧	١٦ ١ ، ٤
١٧ ٢ س^{٢}	١٨ ٣٢	١٩ ٧٠°	٢٠ س + ١٠ ص
٢١ ٢١ سنة	٢٢ ١٢	٢٣ عدد لا نهائي	٢٤ {(٣ ، ٣) ، (–٣ ، –٣)}
٢٥ ϕ	٢٦ {١ ، ٠}	٢٧ {٣ ، ٢}	٢٨ ١
٢٩ ϕ	٣٠ ١	٣١ ١	٣٢ (٠ ، حـ)
٣٣ س = صفر	٣٤ (٤ ، ٢)	٣٥ –٣ ، –٤	٣٦ (س – ٥)^{٢}
٣٧ ٤	٣٨ الثانية	٣٩ صفر	٤٠ {٢ ، ٣}
٤١ {٤ ، ٦}	٤٢ صفر	٤٣ ب	٤٤ {١ ، ٣}

ثانياً أوجد في ح × ح مجموعة حل كل زوج من المعادلات الآتية :

١
٣ س – ص = ٥ (١)
س + ٢ ص = ٤ (٢)
بضرب المعادلة (١) × ٢
∴ ٦ س – ٢ ص = ١٠ (٣)
بجمع المعادلتين (٢) ، (٣)
∴ ٧ س = ١٤ ومنها س = ٢
بالتعويض في المعادلة (٢)
∴ ٢ + ٢ ص = ٤ ومنها ص = ١
∴ م . ح = {(٢ ، ١)}

٢
س + ص = ٤ (١)
٢ س – ص = ٢ (٢)
بجمع المعادلتين (١) ، (٢)
∴ ٣ س = ٦ ومنها س = ٢
بالتعويض في المعادلة (١)
∴ ٢ + ص = ٤ ومنها ص = ٢
∴ م . ح = {(٢ ، ٢)}

٣
س = ص + ٤ (١)
٣ س + ٤ ص = ٥ (٢)
بالتعويض من (١) في (٢)
∴ ٣ (ص + ٤) + ٤ ص = ٥
∴ ٣ ص + ١٢ + ٤ ص = ٥
∴ ٧ ص = – ٧ ومنها ص = – ١
بالتعويض في المعادلة (١)
∴ س = – ١ + ٤ = ٣
∴ م . ح = {(٣ ، –١)}

٤
٢ س – ص = ٣ (١)
س + ٢ ص = ٤ (٢)
بضرب المعادلة (١) × ٢
٤ س – ٢ ص = ٦ (٣)
بجمع المعادلتين (٢) ، (٣)
∴ ٥ س = ١٠ ومنها س = ٢
بالتعويض في المعادلة (٢)
∴ ٢ + ٢ ص = ٤ ومنها ص = ١
∴ م . ح = {(٢ ، ١)}

٥
$\frac{س}{٢} + \frac{٣ص}{٢} = ١$ (١)
$\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٣} = \frac{١}{٢}$ (٢)
بضرب المعادلة (١) × – ٦
∴ – ٣ س – ٩ ص = – ٦ (٣)
بضرب المعادلة (٢) × ١٢
∴ ٣ س + ٤ ص = ٦ (٤)
بجمع المعادلتين (٣) ، (٤)
∴ – ٥ ص = ٠ ومنها ص = ٠
بالتعويض في المعادلة (٤)
∴ ٣ س = ٦ ومنها س = ٢
∴ م . ح = {(٢ ، ٠)}

٦
٣ س + ٤ ص = ١٠ (١)
٤ س + ٣ ص = ١١ (٢)
بضرب المعادلة (١) × – ٤
∴ – ١٢ س – ١٦ ص = – ٤٠ (٣)
بضرب المعادلة (٢) × ٣
∴ ١٢ س + ٩ ص = ٣٣ (٤)
بجمع المعادلتين (٣) ، (٤)
∴ – ٧ ص = – ٧ ومنها ص = ١
بالتعويض في المعادلة (٤)
∴ ١٢ س + ٩ = ٣٣
∴ ١٢ س = ٢٤ ومنها س = ٢
∴ م . ح = {(٢ ، ١)}

٧
ص – س = ٢ (١)
س^{٢} + س ص – ٤ = ٠ (٢)
من المعادلة (١) ص = س + ٢
بالتعويض في المعادلة (٢)
∴ س^{٢} + س (س + ٢) – ٤ = ٠
∴ س^{٢} + س^{٢} + ٢ س – ٤ = ٠
∴ ٢ س^{٢} + ٢ س – ٤ = ٠ (÷ ٢)
∴ س^{٢} + س – ٢ = ٠
∴ (س + ٢) (س – ١) = ٠
∴ س = – ٢ أو س = ١
عند س = – ٢ ∴ ص = صفر
عند س = ١ ∴ ص = ٣
∴ م . ح = {(١ ، ٣) ، (–٢ ، ٠)}

٨
س – ص = صفر (١)
س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢٧ (٢)
من المعادلة (١) س = ص
بالتعويض في المعادلة (٢)
∴ س^{٢} + س (س) + س^{٢} = ٢٧
∴ س^{٢} + س^{٢} + س^{٢} = ٢٧
∴ ٣ س^{٢} = ٢٧ ∴ س^{٢} = ٩
∴ س = – ٣ أو س = ٣
عند س = – ٣ ∴ ص = – ٣
عند س = ٣ ∴ ص = ٣
∴ م . ح = {(٣ ، ٣) ، (–٣ ، –٣)}

٩
س + ص = ٤ (١) ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ١٣ (٢)
من المعادلة (١) ص = ٤ – س ، وبالتعويض في المعادلة (٢)
∴ س^{٢} + س (٤ – س) + (٤ – س)^{٢} = ١٣
∴ س^{٢} + ٤ س – س^{٢} + ١٦ – ٨ س + س^{٢} – ١٣ = ٠
∴ س^{٢} – ٤ س + ٣ = ٠ ∴ (س – ٣) (س – ١) = ٠
∴ س = ٣ أو س = ١
عند س = ٣ ∴ ص = ١ وعند س = ١ ∴ ص = ٣
∴ م . ح = {(٣ ، ١) ، (١ ، ٣)}

١٠
٢ س – ص = ٤ (١) ، س ص = ٦ (٢)
من المعادلة (١) ص = ٢ س – ٤ وبالتعويض في المعادلة (٢)
∴ س (٢ س – ٤) = ٦ ∴ ٢ س^{٢} – ٤ س – ٦ = ٠ (÷ ٢)
∴ س^{٢} – ٢ س – ٣ = ٠ ∴ (س – ٣) (س + ١) = ٠
∴ س = ٣ أو س = – ١
عند س = ٣ ∴ ص = ٢ وعند س = – ١ ∴ ص = – ٦
∴ م . ح = {(٣ ، ٢) ، (–١ ، –٦)}

ثالثاً: باستخدام القانون العام أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية مقرباً الناتج لأقرب رقمين عشريين

١ ٣ س^٢ − ٦ س + ١ = ٠

∴ أ = ٣ ، ب = −٦ ، حـ = ١

∴ س = (−ب ± √(ب^٢ − ٤ أ حـ)) ÷ ٢أ

= (٦ ± √(٣٦ − ٤ × ٣ × ١)) ÷ (٢ × ٣) = (٦ ± √٢٤) ÷ ٦

∴ س = (٦ + √٢٤) ÷ ٦ = ١,٨١

∴ س = (٦ − √٢٤) ÷ ٦ = ٠,١٨

∴ م . ح = {١,٨١ ، ٠,١٨}

٢ ٣ س^٢ + ١ = ٥ س

∴ ٣ س^٢ − ٥ س + ١ = ٠

∴ أ = ٣ ، ب = −٥ ، حـ = ١

∴ س = (−ب ± √(ب^٢ − ٤ أ حـ)) ÷ ٢أ

= (٥ ± √(٢٥ − ٤ × ٣ × ١)) ÷ (٢ × ٣) = (٥ ± √١٣) ÷ ٦

∴ س = (٥ + √١٣) ÷ ٦ = ١,٤٣

∴ س = (٥ − √١٣) ÷ ٦ = ٠,٢٣

∴ م . ح = {١,٤٣ ، ٠,٢٣}

٣ س (س − ١) = ٤

∴ س^٢ − س − ٤ = ٠

∴ أ = ١ ، ب = −١ ، حـ = −٤

∴ س = (−ب ± √(ب^٢ − ٤ أ حـ)) ÷ ٢أ

= (١ ± √(١ − ٤ × ١ × −٤)) ÷ (٢ × ١) = (١ ± √١٧) ÷ ٢

∴ س = (١ + √١٧) ÷ ٢ = ٢,٥٦

∴ س = (١ − √١٧) ÷ ٢ = −١,٥٦

∴ م . ح = {٢,٥٦ ، −١,٥٦}

٤ (س − ٣)^٢ − ٥ س = ٠

∴ س^٢ − ٦ س + ٩ − ٥ س = ٠

∴ س^٢ − ١١ س + ٩ = ٠

∴ أ = ١ ، ب = −١١ ، حـ = ٩

∴ س = (١١ ± √(١٢١ − ٤ × ١ × ٩)) ÷ (٢ × ١) = (١١ ± √٨٥) ÷ ٢

∴ س = (١١ + √٨٥) ÷ ٢ = ١٠,١١

∴ س = (١١ − √٨٥) ÷ ٢ = ٠,٨٩

∴ م . ح = {١٠,١١ ، ٠,٨٩}

٥ س + ١/س + ٣ = ٠ بالضرب × س

∴ س^٢ + ١ + ٣ س = ٠

∴ أ = ١ ، ب = ٣ ، حـ = ١

∴ س = (−٣ ± √(٩ − ٤ × ١ × ١)) ÷ (٢ × ١) = (−٣ ± √٥) ÷ ٢

∴ س = (−٣ + √٥) ÷ ٢ = −٠,٣٨

∴ س = (−٣ − √٥) ÷ ٢ = −٢,٦٢

∴ م . ح = {−٢,٦٢ ، −٠,٣٨}

٦ ٨/س^٢ + ١/س = ١ بالضرب × س^٢

∴ ٨ + س = س^٢ ∴ س^٢ − س − ٨ = ٠

∴ أ = ١ ، ب = −١ ، حـ = −٨

∴ س = (١ ± √(١ − ٤ × ١ × −٨)) ÷ (٢ × ١) = (١ ± √٣٣) ÷ ٢

∴ س = (١ + √٣٣) ÷ ٢ = ٣,٣٧

∴ س = (١ − √٣٣) ÷ ٢ = −٢,٣٧

∴ م . ح = {٣,٣٧ ، −٢,٣٧}

رابعاً: أجب عن الأسئلة الآتية

١ نفرض العددان س ، ص

حاصل ضربهما ١٠ ⟸ س ص = ١٠ (١)

الفرق بينهما يساوي ٣ ⟸ س − ص = ٣ (٢)

من المعادلة (٢) س = ٣ + ص

و بالتعويض في (١) ∴ (٣ + ص) ص = ١٠

∴ ٣ ص + ص^٢ − ١٠ = ٠

∴ ص^٢ + ٣ ص − ١٠ = ٠

∴ (ص − ٢) (ص + ٥) = ٠ و منها ص = ٢ أو −٥

عند ص = ٢ ∴ س = ٣ + ٢ = ٥

عند ص = −٥ ∴ س = ٣ + (−٥) = −٢

∴ العددان هما ٥ ، ٢ أو −٥ ، −٢

٢ نفرض قياسي الزاويتين س ، ص

زاويتان حادتان في مثلث قائم

⟸ س + ص = ٩٠ (١)

الفرق بين قياسيهما ٥٠°

⟸ س − ص = ٥٠ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢)

∴ ٢ س = ١٤٠ و منها س = ٧٠°

و بالتعويض في (١)

∴ ٧٠ + ص = ٩٠ و منها ص = ٢٠°

∴ الزاويتان هما ٢٠° ، ٧٠°

٣ نفرض العددان س ، ص

عددان حقيقيان مجموعهما ٩

⟸ س + ص = ٩ (١)

الفرق بين مربعيهما يساوي ٤٥

⟸ س^٢ − ص^٢ = ٤٥ (٢)

من المعادلة (١) س = ٩ − ص

و بالتعويض في (٢) ∴ (٩ − ص)^٢ − ص^٢ = ٤٥

∴ ٨١ − ١٨ ص + ص^٢ − ص^٢ − ٤٥ = ٠

∴ −١٨ ص + ٣٦ = ٠ و منها ص = ٢

∴ س = ٩ − ٢ = ٧

∴ العددان هما ٢ ، ٧

٤ نفرض الطول = س ، العرض = ص

طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم

⟸ س − ص = ٤ (١)

محيطه يساوي ٢٨ سم

⟸ س + ص = ١٤ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢)

∴ ٢ س = ١٨ و منها س = ٩

و بالتعويض في (٢)

∴ ٩ + ص = ١٤ و منها ص = ١٤ − ٩ = ٥

∴ المساحة = الطول × العرض = ٩ × ٥ = ٤٥ سم^٢

٥ نفرض الآحاد = س ، العشرات = ص

∴ العدد س + ١٠ ص و عند عكسه ص + ١٠ س

∴ س + ص = ١١ (١)

، (ص + ١٠ س) − (س + ١٠ ص) = ٢٧

∴ ٩ س − ٩ ص = ٢٧ (÷ ٩)

∴ س − ص = ٣ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ ٢ س = ١٤ و منها س = ٧

و بالتعويض في (٢)

∴ ٧ + ص = ١١ و منها ص = ١١ − ٧ = ٤

∴ العدد هو ٤٧

٦ نفرض الطول = س ، العرض = ص

محيطه يساوي ١٨ سم ⟸ س + ص = ٩ (١)

مساحته تساوي ١٨ سم^٢ ⟸ س ص = ١٨ (٢)

من المعادلة (١) س = ٩ − ص

و بالتعويض في (٢) ∴ (٩ − ص) ص = ١٨

∴ ص^٢ − ٩ ص + ١٨ = ٠

∴ (ص − ٣) (ص − ٦) = ٠ و منها ص = ٣ أو ٦

عند ص = ٣ ∴ س = ٩ − ٣ = ٦

عند ص = ٦ ∴ س = ٩ − ٦ = ٣

∴ الطول = ٦ سم ، العرض = ٣ سم

٧ ٥س − ٢ص = ١ (١)

احداثيها الصادي ضعف مربع احداثيها السيني

⟸ ص = ٢س^{٢} (٢)

بالتعويض من (٢) في (١)

∴ ٥س − ٢(٢س^{٢}) = ١

∴ ٥س − ٤س^{٢} − ١ = ٠ (× −١)

∴ ٤س^{٢} − ٥س + ١ = ٠

∴ (٤س − ١)(س − ١) = ٠

∴ س = ١ أو س = $\frac{١}{٤}$

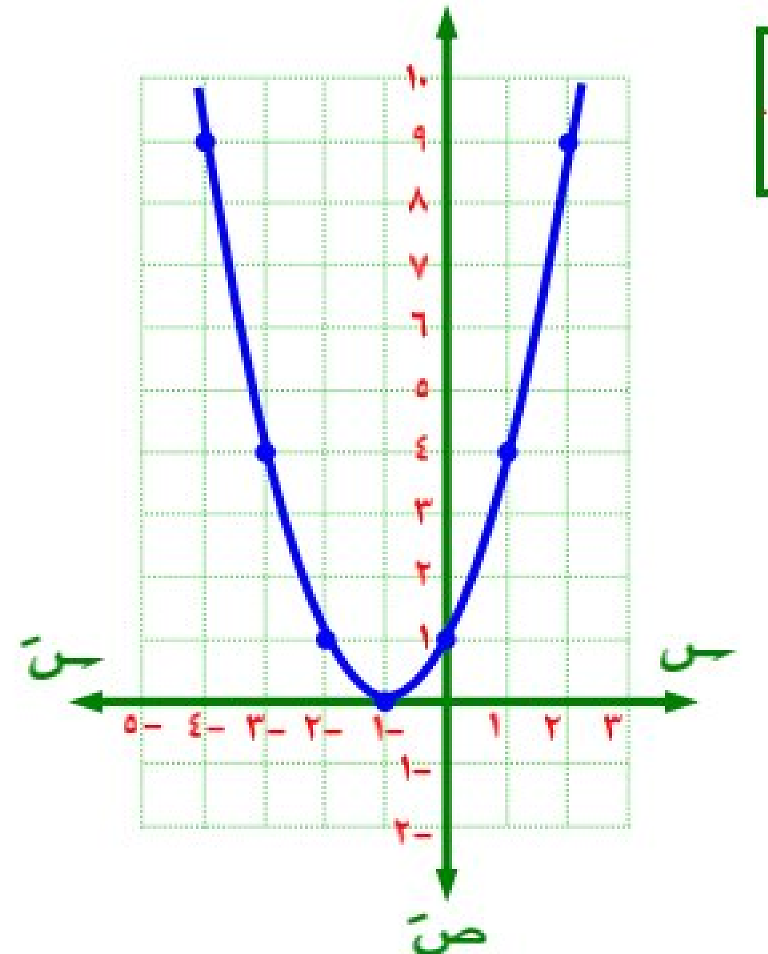
عند س = ١ من المعادلة (٢) ص = ٢ × ١ = ٢

عند س = $\frac{١}{٤}$ من المعادلة (٢) ص = ٢ × $\frac{١}{١٦}$ = $\frac{١}{٨}$

∴ النقطة هي (١ ، ٢) أو ($\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$)

٨

س	−٤	−٣	−٢	−١	٠	١	٢
د(س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



من الرسم منحنى الدالة يمس محور السينات عند (−١ ، ٠)

∴ مجموعة حل المعادلة د(س) = صفر هي {−١}

نقطة رأس المنحنى هي (−١ ، ٠)

معادلة محور التماثل هي س = −١

المنحنى له قيمة صغرى عند ص = صفر

٩ بالتعويض بالنقطة (٣ ، −١) في المعادلتين :

∴ ٣أ − ب = ٥ (١)

، ٩أ − ب = ١٧ (٢)

بضرب المعادلة (١) × −١

∴ −٣أ + ب = −٥ (٣)

بجمع المعادلتين (٢) ، (٣)

∴ ٦أ = ١٢ ومنها أ = ٢

بالتعويض في المعادلة (١)

∴ ٦ − ب = ٥ ومنها ب = ١

١٠ ∵ د(١) = ٥ ∴ أ + ب = ٥ (١)

∵ د(٢) = ١١ ∴ ٤أ + ب = ١١ (٢)

بضرب المعادلة (١) × −١

∴ −أ − ب = −٥ (٣)

بجمع المعادلتين (٢) ، (٣)

∴ ٣أ = ٦ ومنها أ = ٢

بالتعويض في المعادلة (١)

∴ ٢ + ب = ٥ ومنها ب = ٥ − ٢ = ٣

١١ س + ص = ٣ (١)

٣س − ٢ص = −١ (٢)

ص + ك س = ٤ (٣)

بضرب المعادلة (١) × ٢

∴ ٢س + ٢ص = ٦ (٤)

بجمع المعادلتين (٢) ، (٤)

∴ ٥س = ٥ ومنها س = ١

بالتعويض في المعادلة (١)

∴ ١ + ص = ٣ ومنها ص = ٣ − ١ = ٢

∴ نقطة تقاطع المستقيمات هي (١ ، ٢)

بالتعويض في المعادلة (٣)

∴ ٢ + ك = ٤ ومنها ك = ٤ − ٢ = ٢

إجابات الوحدة الثانية

أولًا: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

١ ϕ	٢ $\{٠\}$	٣ ع	٤ $\{٣ ، ٤ ، ٠\}$
٥ ب = ٦ أ	٦ ٣	٧ ١	٨ ٥
٩ ع − $\{٤\}$	١٠ $\{-٣\}$	١١ $\{١ ، -١ ، ٠\}$	١٢ -٢٥
١٣ $\{١\}$	١٤ ع − $\{٣ ، ٦\}$	١٥ ع − $\{٠ ، ١ ، -١\}$	١٦ ٧
١٧ -١	١٨ ع − $\{١ ، -٣\}$	١٩ ١	٢٠ $<$
٢١ س	٢٢ -٣	٢٣ س − ٢	٢٤ $\frac{١}{س - ٢}$
٢٥ ع − $\{-٤\}$	٢٦ غير معرفة	٢٧ ع − $\{٢ ، -٢\}$	٢٨ غير معرفة
٢٩ ع	٣٠ ع − $\{٠\}$	٣١ ع − $\{٤\}$	٣٢ $\frac{س + ٧}{س - ٥}$
٣٣ ع − $\{٢ ، ٥\}$			

ثانيًا: أوجد في ع × ع مجموعة حل كل زوج من المعادلات الآتية :

١ $ن(س) = \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - ١} \times \frac{س + ١}{س^{٢} + س + ١}$

$= \frac{(س - ١)(س^{٢} + س + ١)}{(س - ١)(س + ١)} \times \frac{س + ١}{س^{٢} + س + ١}$

∴ المجال = ع − $\{١ ، -١\}$

∴ $ن(س) = ١$

٢ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٤س}{س^{٢} - ١٦} + \frac{س + ٣}{س^{٢} - س - ١٢}$

$= \frac{س(س + ٤)}{(س + ٤)(س - ٤)} + \frac{س + ٣}{(س + ٣)(س - ٤)}$

∴ المجال = ع − $\{-٤ ، ٤ ، -٣\}$

∴ $ن(س) = \frac{س}{س - ٤} + \frac{١}{س - ٤} = \frac{س + ١}{س - ٤}$

٣ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٨س + ١٢}{س^{٢} - ٤س + ٤} + \frac{س^{٢} - ٤س - ٥}{س^{٢} - ٧س + ١٠}$

$= \frac{(س - ٢)(س - ٦)}{(س - ٢)(س - ٢)} + \frac{(س + ١)(س - ٥)}{(س - ٢)(س - ٥)}$

∴ المجال = ع − $\{٢ ، ٥\}$

∴ $ن(س) = \frac{س - ٦}{س - ٢} + \frac{س + ١}{س - ٢} = \frac{٢س - ٥}{س - ٢}$

٤ $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س}{س^{٣} - ٢٧} \div \frac{س + ٢}{س^{٢} + ٣س + ٩}$

$= \frac{س(س + ٢)}{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)} \div \frac{س + ٢}{س^{٢} + ٣س + ٩}$

∴ المجال = ع − $\{٣ ، -٢\}$

$= \frac{س(س + ٢)}{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)} \times \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{س + ٢}$

$= \frac{س}{س - ٣}$

٥ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩} \div \frac{٢س - ١٠}{س^{٢} - ٦س + ٩}$

$ن(س) = \frac{(س + ٣)(س - ٥)}{(س - ٣)(س + ٣)} \div \frac{٢(س - ٥)}{(س - ٣)(س - ٣)}$

∴ المجال = ع − $\{٣ ، -٣ ، ٥\}$

$ن(س) = \frac{(س + ٣)(س - ٥)}{(س - ٣)(س + ٣)} \times \frac{(س - ٣)(س - ٣)}{٢(س - ٥)}$

$= \frac{س - ٣}{٢}$

٦ $ن(س) = \frac{س^{٣} - ٢٧}{س^{٢} - ٥س + ٦} \div \frac{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٩س}{٢س^{٢} - ٥س + ٢}$

$= \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{(س - ٣)(س - ٢)} \div \frac{س(س^{٢} + ٣س + ٩)}{(٢س - ١)(س - ٢)}$

∴ المجال = ع − $\{٣ ، ٢ ، \frac{١}{٢} ، ٠\}$

$= \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{(س - ٣)(س - ٢)} \times \frac{(٢س - ١)(س - ٢)}{س(س^{٢} + ٣س + ٩)}$

$= \frac{٢س - ١}{س}$

٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ أجب بنفسك

ثالثًا: أجب عن الأسئلة الآتية

١ $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)} = \frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)}$

(١) ∴ المجال = ع − $\{٠ ، ٢\}$ ، $ن^{-١}(س) = \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)}{س(س - ٢)} = \frac{س^{٢} + ٢}{س}$

(٢) ∵ $\frac{س^{٢} + ٢}{س} = ٣$ ∴ $س^{٢} + ٢ = ٣س$ ∴ $س^{٢} - ٣س + ٢ = ٠$ ∴ $(س - ١)(س - ٢) = ٠$

∴ س = ١ أو س = ٢

٢ ∵ المجال = ع − $\{١\}$ ∴ ٢س + أ = ٠ عند س = ١ ∴ ٢ + أ = ٠ ∴ أ = −٢ ∴ $د(س) = \frac{ب}{س - ١} + \frac{٤}{٢س - ٢}$

∵ د(٩) = ١ ∴ $\frac{ب}{٩ - ١} + \frac{٤}{١٨ - ٢} = ١$ ∴ $\frac{ب}{٨} + \frac{٤}{١٦} = ١$ ∴ $\frac{ب}{٨} + \frac{٢}{٨} = ١$ ∴ ب + ٢ = ٨ ومنها ب = ٦

٣ ∵ س = ٢ صفرًا للدالة ∴ د(٢) = ٠ ∴ ٤أ + ٢ب = −٨ (÷ ٢) ∴ ٢أ + ب = −٤ (١)

∵ س = ٤ صفرًا للدالة ∴ د(٤) = ٠ ∴ ١٦أ + ٤ب = −٨ (÷ −٤) ∴ −٤أ − ب = ٢ (٢)

بجمع المعادلتين (١) ، (٢) ∴ −٢أ = −٢ ومنها أ = ١ بالتعويض في المعادلة (١) ∴ ٢ + ب = −٤ ومنها ب = −٦

٤ $ن(س) = \frac{٢س - ٦}{س^{٢} - ٥س + ٦} = \frac{٢(س - ٣)}{(س - ٢)(س - ٣)}$ ∴ المجال = ع − $\{٢ ، ٣\}$ $ن(س) = \frac{٢}{س - ٢}$ | $ن(٠) = -١$

٥ ∵ ص(د) = {٥} ∴ س − أ = ٠ عند س = ٥ ∴ ٥ − أ = ٠ ∴ أ = ٥

∵ المجال = ح − {٣} ∴ س + ب = ٠ عند س = ٣ ∴ ٣ + ب = ٠ ∴ ب = −٣ $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س} - ٣}$

∴ $\text{د}_1(\text{س}) + \text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س} - ٣} + \frac{\text{س} - ١}{\text{س} - ٣} = \frac{٢\text{س} - ٦}{\text{س} - ٣} = \frac{٢(\text{س} - ٣)}{\text{س} - ٣} = ٢$

---

٦ ∵ ص(د) = {٤} ∴ $\text{أ}\,\text{س}^2 - ٦\text{س} + ٨ = ٠$ عند س = ٤ ∴ ١٦أ − ٢٤ + ٨ = ٠ ومنها أ = ١

∵ المجال = ح − {٢} ∴ ب س − ٤ = ٠ عند س = ٢ ∴ ٢ب − ٤ = ٠ ومنها ب = ٢

---

٧ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + ٣\text{س}}{\text{س}^2 + \text{س} - ٦} = \frac{\text{س}(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٣)}$ ∴ المجال = ح − {٠ ، ٢ ، −٣} ، $\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٣)}{\text{س}(\text{س} + ٣)} = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}}$

أكمل بنفسك

---

٨ $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + \text{س} - ١٢}{\text{س}^2 + ٥\text{س} + ٤} = \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٤)}{(\text{س} + ٤)(\text{س} + ١)}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^2 + ٢\text{س} + ١} = \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ١)}{(\text{س} + ١)(\text{س} + ١)}$

∴ مجال ن_1 = ح − {−٤ ، −١} ، مجال ن_2 = ح − {−١} ∴ المجال المشترك = ح − {−٤ ، −١}

---

٩ $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{٢\text{س} + ٤} = \frac{٢\text{س}}{٢(\text{س} + ٢)}$ ∴ مجال ن_1 = ح − {−٢} ، $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} + ٢}$

$\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + ٢\text{س}}{\text{س}^2 + ٤\text{س} + ٤} = \frac{\text{س}(\text{س} + ٢)}{(\text{س} + ٢)(\text{س} + ٢)}$ ∴ مجال ن_2 = ح − {−٢} ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} + ٢}$

∴ $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$

---

١٠ $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^3 - \text{س}^2} = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^2(\text{س} - ١)}$ ∴ مجال ن_1 = ح − {٠ ، ١} ، $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ١}$

$\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}}{\text{س}^4 - \text{س}} = \frac{\text{س}(\text{س}^2 + \text{س} + ١)}{\text{س}(\text{س} - ١)(\text{س}^2 + \text{س} + ١)}$ ∴ مجال ن_1 = ح − {٠ ، ١} ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ١}$

∴ $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$

---

١١ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - ٢\text{س} - ٣}{\text{س}^3 - ٣\text{س}^2 + ٢\text{س} - ٦} = \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ١)}{(\text{س}^3 - ٣\text{س}^2) + (٢\text{س} - ٦)} = \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ١)}{\text{س}^2(\text{س} - ٣) + ٢(\text{س} - ٣)} = \frac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ١)}{(\text{س} - ٣)(\text{س}^2 + ٢)} = \frac{\text{س} + ١}{\text{س}^2 + ٢}$

∴ $\text{ن}^{-1}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + ٢}{\text{س} + ١}$

البسيط في الرياضيات ، مُنطلق جديد

أسئلة تراكمية

المجموعة الأولى | أسئلة تراكمية مرتبطة بالأعداد

١ المليار هو أصغر عدد مكون من .... أرقام.

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ١٠

٢ أكبر الأعداد الآتية هو ....

(أ) $٣,٢ \times ١٠^{٥}$ (ب) $٣,٢ \times ١٠^{٤}$ (جـ) $٢,٣ \times ١٠^{٥}$ (د) $٢,٣ \times ١٠^{٤}$

٣ $\sqrt[3]{٢٧} - \sqrt[3]{-٢٧} =$ .... (الاسكندرية 16)

(أ) ٦ (ب) صفر (جـ) -٣ (د) -٦

٤ المعكوس الجمعي للعدد $(١ - \sqrt{٢})$ هو .... (الاسماعيلية 16 ، المنوفية 19)

(أ) $١ + \sqrt{٢}$ (ب) $-١ - \sqrt{٢}$ (جـ) $\sqrt{٢} - ١$ (د) $\sqrt{٢}$

٥ العنصر المحايد الضربي في ص هو = ... (الفيوم 16)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) -١ (د) ٢

٦ $\sqrt{٣^{٢} + ٤^{٢}} =$ .... (المنيا 16)

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ± ٥

٧ المعكوس الضربي للعدد $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٣}\right)$ هو .... (المنيا 16 ، شمال سيناء 17)

(أ) $-\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ (ب) $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$

٨ $\sqrt{٨} - \sqrt{٢} =$ .... (المنيا 16)

(أ) $\sqrt{٦}$ (ب) $\sqrt{١٠}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) ٤

٩ إذا كان : $\sqrt{٦٤ + ٣٦} = ٨ + س$ ، فإن : س = ... (دمياط 16 ، أسوان 17 ، البحيرة 18)

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

١٠ $(٢ - \sqrt{٢})(٢ + \sqrt{٢}) =$ ....

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

١١ $(٢ - \sqrt{٢})(٢ + \sqrt{٢}) =$ ....

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

١٢ عددان صحيحان متتاليان مجموعهما ١٧ ، فإن أصغر العددين = ... (الفيوم 17)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٧ (د) ٧٢

١٣ العدد الأولي الزوجي هو = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ١ (د) -١

المجموعة الثانية أسئلة تراكمية مرتبطة بالقوى

١ ثُلث العدد $(٢٧)^{٣}$ = ... (الاقصر 16)

(أ) $٣^{٣}$ (ب) $٣^{٤}$ (جـ) $٣^{٦}$ (د) $٣^{٨}$

٢ رُبع العدد $(٤)^{٢٠}$ = ...

(أ) $٢^{١٩}$ (ب) $٤^{٥}$ (جـ) $٤^{١٠}$ (د) $٢^{٣٩}$

٣ سُدس العدد $(٢)^{١٢} \times (٣)^{١٢}$ = ...

(أ) $٦^{١٢}$ (ب) $٦^{٢}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) ٦

٤ إذا كان : $٢^{٥} \times ٣^{٥} = م \times ٦^{٥}$ ، فإن : م = ... (البحيرة ، الغربية 16)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٥ إذا كان : $٥^{ص} = ١$ ، فإن : ص = ... (السويس 16)

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) صفر (د) $\frac{١}{٥}$

٦ إذا كان : $٢^{٧} \times ٣^{٧} = ٦^{ك}$ ، فإن : ك = ... (الشرقية 16 ، القليوبية 17)

(أ) ١٤ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٧ $(-١)^{١٠٠} + (-١)^{١٠١}$ = ... (الفيوم 16)

(أ) صفر (ب) −٢ (جـ) ١ (د) ٢٠١

٨ $(-١)^{٩٩} + (-١)^{١٠٠}$ = ... (القاهرة 16)

(أ) صفر (ب) −٢ (جـ) ١ (د) ٢

٩ $(س - ٥)^{صفر} = ١$ لكل س ∋ .... (سوهاج 16)

(أ) ع (ب) ع − {٥} (جـ) ع − {١} (د) ع − {−٥}

١٠ $(٢\sqrt{٢})^{٤}$ = ... (الفيوم 17)

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٦٤

١١ إذا كان : $٢^{س} = ٨$ ، فإن : س = ... (بني سويف 17)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

١٢ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ٩$ ، فإن : س = ... (سوهاج 17)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٩

١٣ إذا كان : $٢^{ن} = ٣$ ، فإن : $٨^{ن}$ = ... (سوهاج 17)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٢٧

١٤ نصف العدد : $٢^{٦}$ = ... (الاسماعيلية 18)

(أ) $٢^{٢}$ (ب) $٢^{٣}$ (جـ) ٢ (د) $٢^{٥}$

١٥ إذا كان : $٥^{س} = ٤$ ، فـإن : $٥^{س - ١} =$ .... (القليوبية 18)

أ) ١,٢٥ ب) ٠,٨ جـ) ٠,١٢٥ د) ٠,٠٨

١٦ إذا كان : $أ^{س} = ٢$ ، $أ^{ص} = ١٠$ ، فـإن : $أ^{س + ص} =$ .... (المنوفية 18)

أ) ١,٢٥ ب) ٠,٨ جـ) ٠,١٢٥ د) ٠,٠٨

١٧ إذا كان : $٣^{ص} \times ٥^{ص} = ٢٢٥$ ، فـإن : ص = ... (الدقهلية 19)

أ) ٢ ب) ١٥ جـ) صفر د) ٢٠

١٨ $\frac{٥^{س + ٢}}{٥^{س + ١}} =$ .... (الاسكندرية 19)

أ) ٥ ب) ١٠ جـ) ١٥ د) ٢٠

١٩ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ ، $٤^{ص} = ١٢$ ، فـإن : $\frac{س ص}{س + ١} =$ .... (الفيوم 19)

أ) ٢ ب) ١ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

٢٠ إذا كان : $٥^{س - ٣} = ١$ ، فـإن : $٢ س^{٢} =$ .... (القليوبية 19)

أ) ٣٦ ب) ١٨ جـ) ٩ د) ٣

٢١ $٤^{١٥} + ٤^{١٥} =$ .... (المنوفية 19)

أ) $٤^{٣٠}$ ب) $٤^{صفر}$ جـ) $٨^{١٥}$ د) $٢^{٣١}$

٢٢ $(١٠) + (١٠)^{٢} + (١٠)^{٣} =$ .... (ش.سيناء 19)

أ) ١٠٠٠ ب) ٣٠٠٠ جـ) ١١١٠ د) ١٠١٠

٢٣ إذا كان : $٦^{س} = ١٢$ ، فـإن : $٦^{س + ١} =$ .... (كفر الشيخ 19)

أ) ٦٦ ب) ١٣ جـ) ٢٧ د) ٧٢

٢٤ $٢^{٢٠} = ٢^{١٩} +$ ....

أ) ٢ ب) $٢^{٢٠}$ جـ) $٢^{١٩}$ د) $٢^{٣٩}$

٢٥ إذا كـانت : $٢^{س - ٣} = ١$ ، فإن : س = ...

أ) ٢ ب) صفر جـ) ٣ د) ١

٢٦ إذا كـانت : $٣^{س - ١} = ٢٧$ ، فإن : س = ...

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ٤ د) ٥

١ إذا كـانت : س هو العنصر المحايد الجمعي ، ص هو العنصر المحايد الضربي ، فـإن : $(٢)^{س} + (٣)^{ص} =$ .... (اسماعيلية 19)

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٥

٢٨ أيًا من التالى الأقرب الى المقدار : $١١^{٩} + ٩^{٢}$ ....

أ) ٢٢ + ١٨ ب) ٢١١ + ٢٩ جـ) ١٢٠ + ٢٠ د) ١٢٠ + ٨٠

٢٩ إذا كانت : $ص^{-٣} = ٨$ ، فإن : ص = ... (الاسكندرية 16)

أ) $\frac{١}{٥١٢}$ ب) $\frac{١}{٨}$ جـ) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

---

١ إذا كان : $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، فإن : $أ^{٥٠} \times ب^{٥١} =$ .... (ش.سيناء 19)

أ) ٣ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ د) $\sqrt{٣}$

المجموعة الثالثة — أسئلة تراكمية مرتبطة بالأنماط العددية

١ العدد التالي في النمط : (٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، ١٦ ، ....) هو ....

أ) ٢٠ ب) ٢١ جـ) ٢٢ د) ٢٣

---

٢ العدد التالي في النمط : (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ....) هو ....

أ) ٣٠ ب) ٣٥ جـ) ٣٦ د) ٤٠

---

٣ القاعدة التي تصف النمط : $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{٣}{٤} ، \frac{٤}{٥} ، .... \right)$ بدلالة ن حيث ن ∋ ص+ هي .... (الفيوم 19)

أ) $\frac{٢}{ن + ١}$ ب) $\frac{ن}{ن + ١}$ جـ) $ن + \frac{١}{٢}$ د) $\frac{٢ن - ١}{ن + ١}$

---

٤ الأعداد اللازمة لاكمال النمط : $\left(\frac{١}{٥} ، ٠,٤ ، \frac{٣}{٥} ، .... ، .... ، .... ، \frac{٧}{٥} \right)$ على الترتيب هي .... (المنوفية 19)

أ) ٠,٨ ، $\frac{٦}{٥}$ ، ١,٢ ب) ٠,٨ ، ١ ، ١,٢ جـ) ٠,٦ ، ٠,٨ ، ١ د) ٠,٨ ، ١ ، ١,٤

المجموعة الرابعة — أسئلة تراكمية مرتبطة بالتعبيرات الرياضية

١ العدد س مطروحًا منه ٣ يساوي .... (القليوبية 17)

أ) س − ٣ ب) ٢س + ٣ جـ) ٢س − ٣ د) س + ٣

---

٢ إذا كانت : س عددًا فرديًا ، فإن العدد الفردي التالي له يساوي .... (الاسماعيلية 18)

أ) س + ١ ب) س + ٢ جـ) س + ٣ د) ٣س

---

٣ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه س سم ، فإن محيطه = ... سم.

أ) س + ٣ ب) س − ٣ جـ) ٣س د) ٣ − س

---

٤ ضعف العدد س مطروحًا منه ٣ يُكتب ....

أ) س − ٢ ب) ٣س − ٢ جـ) ٢س − ٣ د) ٢س + ٣

---

٥ ضعف العدد س مطروحًا منه ٣ يُكتب ....

أ) س − ٢ ب) ٣س − ٢ جـ) ٢س − ٣ د) ٢س + ٣

---

٦ عددان مجموعهما ٥ ، و أصغرهما س ، فإن أكبرهما ....

أ) س − ٥ ب) س + ٥ جـ) ٥ − س د) ٥س

---

٧ عددان الفرق بينهما ٥ ، و أصغرهما س ، فإن أكبرهما ....

أ) س − ٥ ب) س + ٥ جـ) ٥ − س د) ٥س

المجموعة الخامسة أسئلة تراكمية مرتبطة بالتحليل

١ إذا كان المقدار : $س^{٢} + ك س - ٢١ = (س - ٣)(س + ٧)$ ، فإن : ك = ... (القليوبية 19)

(أ) -٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٢٠

٢ إذا كان المقدار : $س^{٢} + ك س + ٣٦$ يكون مربعًا كاملًا ، فإن : ك = ... (القليوبية 18)

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

٣ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = أ + ب$ حيث $(أ + ب) \neq$ صفر ، فإن : ب − أ = ... (الغربية 18)

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ١ (د) -١

٤ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = ٦$ ، $أ - ب = \sqrt{٣}$ ، فإن : $(أ + ب)^{٢} =$ .... (الدقهلية 18 ، أسوان 19)

(أ) $٢\sqrt{٣}$ (ب) $٣\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ١٢

٥ المقدار : $س^{٢} + ك س + ٩$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : ك = ... (شمال سيناء 17)

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ± ٣ (د) ± ٦

٦ تحليل المقدار $(س^{٣} - ١)$ إلى عوامله = ... (دمياط 17)

(أ) $(س^{٢} - ١)(س + ١)$ (ب) $(س - ١)(س^{٢} + ٢س + ١)$

(جـ) $(س - ١)(س^{٢} + س + ١)$ (د) $(س - ١)(س^{٢} - ٢س + ١)$

٧ إذا كانت : $س + ص = ٥$ ، فإن : $٣س + ٣ص =$ .... (أسوان 17)

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) ١٥

٨ إذا كانت : $٢ س ص = ٦$ ، $س^{٢}ص + س ص^{٢} = ٦$ ، فإن : $س + ص =$ .... (سوهاج 16)

(أ) ٢٢ (ب) ٢١ (جـ) ٣ (د) ٧

٩ إذا كانت : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٥$ ، $س - ص = ٣$ ، فإن : $س + ص =$ .... (القاهرة 16 ، السويس 17)

(أ) -٥ (ب) -٣ (جـ) ٣ (د) -٥

١٠ إذا كانت : $س + ص = ٤$ ، $س - ص = ٢$ ، فإن : $س^{٢} - ص^{٢} =$ .... (الشرقية 16)

(أ) ٨ (ب) ١٢ (جـ) -٨ (د) -١٢

١١ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ٢(س + ص)$ ، $س + ص \neq$ صفر ، فإن : $س - ص =$ .... (القليوبية 15 ، ب.أحمر 16)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

١٢ $س^{٢} - ٥س + ٦ =$ ....

(أ) $(س + ٢)(س + ٣)$ (ب) $(س - ٦)(س + ١)$ (جـ) $(س - ٢)(س - ٣)$ (د) $(س + ٦)(س - ١)$

١٣ إذا كان : $أ(س + ص) - ب(ص + س) = ١٥$ ، $س + ص = ٥$ فإن : $(أ - ب) =$ ....

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ٢٥

١٤ إذا كان : $(٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢} = ٤٠ س$ ، فإن : $س =$ ....

(أ) ٤ (ب) ٤٠٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٠

المجموعة السادسة أسئلة تراكمية مرتبطة بالمقادير و الحدود الجبرية

١ إذا كانت : س + ٣ ص = ٧ ، فإن : س + ٣ (ص + ٥) = ... (جنوب سيناء 16 ، البحيرة 18)

(أ) ٢٢ (ب) ٢١ (جـ) ٣ (د) ٧

٢ إذا كانت : $\frac{٣}{س} + \frac{٣}{ص} + \frac{٣}{س ص} = \frac{ك}{س ص}$ ، فإن : ك = ... (القليوبية 19)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) س + ص + ١ (د) س + ص

٣ – ٣ س × – ٥ ص = ... (جنوب سيناء 17)

(أ) ١٥ س ص (ب) ٨ س ص (جـ) – ٨ س ص (د) – ١٥ س ص

٤ – ٣٠ $س^٣ ص^٢$ ÷ ٥ $س^٢ ص^٢$ = ...

(أ) – ٦ س ص (ب) ٦ س ص (جـ) ٦ س (د) – ٦ س

٥ إذا كان الحد الجبري ٣ $أ^ن ب^٢$ من الدرجة الرابعة ، فإن : ن = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١

٦ الحد الجبري ٦ س يزيد عن الحد الجبري – ٤ س بمقدار ....

(أ) ٢ س (ب) – ٢ س (جـ) ١٠ س (د) – ١٠ س

المجموعة السابعة أسئلة تراكمية مرتبطة بالدوال

١ إذا كانت : د (س) = ٩ ، فإن : ٣ د (– س) = ... (الاقصر 16)

(أ) – ٣ (ب) ٦ (جـ) – ١٢ (د) ٢٧

٢ إذا كانت : د (س) = ٢ س ، فإن : د (١) – د (– ١) = ... (البحيرة 17)

(أ) صفر (ب) ٤ (جـ) – ٢ (د) ٢

٣ الدالة د : د (س) = ٦ $س^٢$ + ٣ س (١ – ٢ س) كثيرة حدود من الدرجة .... (المنوفية 17)

(أ) الصفرية (ب) الأولى (جـ) الثانية (د) الثالثة

٤ الدالة د : د (س) = ٢ $س^٣$ + ٣ $س^٢$ – ٥ كثيرة حدود من الدرجة .... (المنيا 17)

(أ) الصفرية (ب) الثالثة (جـ) الرابعة (د) الخامسة

٥ إذا كانت : د (س) = أ $س^٢$ + ب س + حـ ، د (١) = ٤ ، د (– ١) = ٤ ، فإن : أ + حـ = ... (كفر الشيخ 18)

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) صفر

٦ إذا كانت د (س) = ٣ ، فإن : د (٢) + د (– ٣) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) – ٦ (د) ٦

٧ إذا كانت د (س) = ٤ س + ب وكانت د (٣) = ١٥ ، فإن : ب = ...

(أ) ١٥٦ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) – ٣

٨ إذا كانت : د (س) = $س^٢$ ، فإن : د (٣) = ...

(أ) – د (– ٣) (ب) د (– ٣) (جـ) ٣ د (– ٣) (د) ٢ د (– ٣)

المجموعة الثامنة أسئلة تراكمية مرتبطة بحاصل الضرب الديكارتي

١ إذا كانت النقطة (س ، ٧) تقع على محور الصادات ، فإن : س + ١ = ...

أ صفر ب ١ جـ ٢ د − ١

٢ إذا كان : (٥ ، أ − ٤) = (ب + ٢ ، ٣) ، فإن : أ + ب = ... (البحيرة 16)

أ ٢ ب ٣ جـ ٥ د ١٠

٣ إذا كان : ($٧^{أ - ٢}$ ، ٣) = (١ ، ب + ٥) ، فإن : أ + ب = ... (الشرقية 17)

أ − ١ ب صفر جـ ١ د ٢

٤ النقطة (− ٣ ، ٤) تقع في الربع .... (جنوب سيناء 17)

أ الأول ب الثاني جـ الثالث د الرابع

٥ إذا كانت : ن ($س^٢$) = ٩ ، فإن : ن (س) = ... (البحيرة 17)

أ ٨١ ب ٣ جـ ± ٣ د − ٣

٦ النقطة (٢ ، − ٤) تقع في الربع ....

أ الأول ب الثاني جـ الثالث د الرابع

٧ اذا كانت : س = { ٣ } ، ص = { ٤ } ، فإن : ن (س × ص) = ...

أ ١٢ ب ١ جـ { ١٢ } د { (٣ ، ٤) }

المجموعة التاسعة أسئلة تراكمية مرتبطة بالمعادلات

١ إذا كان : $\sqrt{س}$ = ٢ ، فإن : $\frac{١}{٢}$ س = ... (اسماعيلية 19)

أ ٨ ب ٦ جـ ٤ د ٢

٢ إذا كانت : | س | = ٧ ، فإن : س = ... (الفيوم 19)

أ ٧ ب − ٧ جـ ± ٧ د ١٤

٣ إذا كانت : ٢ س = ١ ، فإن : $\frac{١}{٥}$ س = ... (دمياط 15 ، الاسكندرية 18)

أ $\frac{٢}{٥}$ ب $\frac{١}{٥}$ جـ $\frac{١}{١٠}$ د $\frac{١}{٢}$

٤ إذا كان : $\frac{١}{٣}$ س − $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ ، فإن : س = ... (ب.أحمر 16)

أ $٣^٣$ ب $٣^٤$ جـ $٣^٦$ د $٣^٨$

٥ إذا كان : أ ب = ١٢ ، ب حـ = ٢٠ ، أ حـ = ١٥ حيث أ ، ب ، حـ ∈ $ح^+$ ، فإن : أ ب حـ = ... (دمياط 17 ، الغربية 18)

أ ٣٦٠ ب ٣٦٠٠ جـ ٦٠ د ٣٦

٦ إذا كانت : $\frac{س}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$ ، فإن : س = ... (الاسماعيلية 18)

أ ٢ ب ٣ جـ ٦ د ٩

٧ إذا كانت : ٢ س + ٣ = ٩ ، فإن : ٣ س = ...

ⓐ ٣ ⓑ ٦ ⓒ ٩ ⓓ ١٢

٨ إذا كان خمس عدد ما يساوي ٦ ، فإن ثُلث هذا العدد يساوي ....

ⓐ ٥ ⓑ ٦ ⓒ ١٠ ⓓ ١٥

٩ العدد الموجب الذي ضعف مربعه يساوي ٥٠ هو .... (الاسماعيلية 20)

ⓐ ٥ ⓑ ١٠ ⓒ ٢٥ ⓓ ١٠٠

١٠ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ − ٢٥ = صفر في ح هي .... (الاسماعيلية 20)

ⓐ {٥ ، −٥} ⓑ [−٥ ، ٥] ⓒ {٥} ⓓ (٥ ، −٥)

المجموعة العاشرة أسئلة تراكمية مرتبطة بالفترات و المتباينات

١ [٢ ، ٥] هي مجموعة حل المتباينة .... (الاسكندرية 16)

ⓐ ١ > س − ١ > ٤ ⓑ ١ > س − ١ ≥ ٤ ⓒ ١ ≥ س − ١ ≥ ٤ ⓓ ١ ≥ س − ١ > ٤

٢ مجموعة حل المتباينة : ٢ > س > ٣ في ح هي .... (الاسماعيلية 16)

ⓐ [٢ ، ٣] ⓑ]٢ ، ٣[ⓒ {٢ ، ٣} ⓓ φ

٣ مجموعة حل المتباينة : س > ١ في ط تساوي .... (الاقصر 18)

ⓐ {١} ⓑ {١ ، ٠} ⓒ {٠} ⓓ φ

٤ أحد حلول المتباينة : ٢ س − ٣ > ٣ حيث س ∈ ص هو .... (الجيزة 18 ، ش.سيناء 19)

ⓐ س = ٣ ⓑ س = ٧ ⓒ س = −٣ ⓓ س = −٧

٥ [٢ ، ٥] − {٢ ، ٥} = ... (اسوان 20)

ⓐ [٢ ، ٥] ⓑ]٢ ، ٥[ⓒ]٢ ، ٥] ⓓ [٢ ، ٥[

٦]٣ ، ٥] ∩ {٣ ، ٥} = ...

ⓐ {٣ ، ٥} ⓑ]٣ ، ٥[ⓒ {٣} ⓓ {٥}

٧]٢ ، ٥] − {٢} = ... (اسيوط 20)

ⓐ [٢ ، ٥] ⓑ]٢ ، ٥] ⓒ]−∞ ، ∞[ⓓ]٢ ، ٥[

٨ إذا كان : ١ > س > ٣ حيث س ∈ ح ، فإن : ٣ س − ١ ∈ .... (اسيوط 20)

ⓐ {٢ ، ٨} ⓑ [٢ ، ٨] ⓒ]٢ ، ٨[ⓓ]٢ ، ٨]

المجموعة الحادية عشر أسئلة تراكمية مرتبطة بالهندسة

١ إذا كانت النسبة بين محيطي مربعين = ١ : ٢ ، فإن النسبة بين مساحتيهما تساوي .... (القاهرة 17 ، قنا 18)

ⓐ ١ : ٢ ⓑ ٢ : ١ ⓒ ١ : ٤ ⓓ ٤ : ١

٢ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٦ سم ، فإن محيطه = ... سم (الجيزة 18)

ⓐ ٩ × ١ ⓑ ٩ × ٢ ⓒ ٩ × ٣ ⓓ ٩ × ٤

٣ مربع محيطه يساوي ١٦ سم ، فـإن مساحته = ... $سم^2$ (الجيزة 19)

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٤ مستطيل طوله ٣ سم ، طول قطره يساوي ٥ سم ، فـإن عرضه = ... سم. (القليوبية 19)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

المجموعة الثانية عشر أسئلة تراكمية مرتبطة بالاحصاء

١ الوسط الحسابي للقيم «٢ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٩» هو .... (الفيوم 16)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٨

٢ الوسيط للقيم «٥ ، ٨ ، ١١ ، ٤ ، ٩» هو ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٩

٣ المنوال للقيم «٧ ، ٨ ، ٩ ، ٦ ، ٧ ، ١١ ، ٦ ، ٧» هو ....

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٩

٤ من مقاييس التشتت ....

(أ) المدي (ب) الوسيط (جـ) الوسط الحسابي (د) المنوال

٥ المدي للقيم «٦ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٩» هو ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧



أولاً : الجبـــــر

"ملخص الوحدة الأولى"

⊙ **لحل معادلتين من الدرجة الأولى :**

أولاً : جبرياً : نستخدم (الحذف أو التعويض)

① نجعل المعادلتين على الصورة : أس + ب ص = حـ

② نضع المعادلتين بالطريقة الأفقية أسفل بعضهما مع مراعاة السينات اسفل منها السينات وكذلك الصادات

③ نحذف معاملى أحد المتغيرين إذا كان كلاً منهما معكوس جمعى للآخر وبإجراء عملية جمع المعادلتين نحذف هذا المتغير ونوجد قيمة المتغير الآخر ثم بالتعويض فى إحدى المعادلتين نحصل على قيمة المتغير المحذوف

ثانياً : بيانياً : نكون جدولين ونمثلهم بيانياً وهناك ٣ احتمالات :

① إذا كان المستقيمان متوازيان فإن عدد الحلول = صفر وتكون : م . ح = ∅

② إذا كان المستقيمان متقاطعان فإن عدد الحلول = ١ وتكون : م . ح = نقطة تقاطع المستقيمان

③ إذا كان المستقيمان منطبقان فإن عدد الحلول لا نهائى

وتكون : م.ح = {(س ، ص) : نكتب معادلة واحدة منهما }

⊙ **ملاحظات هامة :**

إذا كان : $\frac{أ_١}{أ_٢} \neq \frac{ب_١}{ب_٢}$ فإن المستقيمان متقاطعان

إذا كان : $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} \neq \frac{حـ_١}{حـ_٢}$ فإن المستقيمان متوازيان

إذا كان : $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{حـ_١}{حـ_٢}$ فإن المستقيمان منطبقان

⊙ **خطوات الحل باستخدام القانون العام هى :**

① نرتب المعادلة : تعنى الـ $س^٢$ أولاً وبعدها الـ س وبعدها الحد المطلق وبعدها (=) وفى الآخر الصفر

② نوجد قيمة كلاً من : أ وهو معامل $س^٢$ ، ب معامل س ، حـ الحد الخالى من س

③ نوجد المميز = $ب^٢ - ٤ أ حـ$ (أى ما تحت الجذر)

④ نعوض فى القانون ونوجد م . ح (القانون العام) : $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ حـ}}{٢ أ}$

⊙ إذا كان المميز = $ب^٢ - ٤ أ حـ$

موجب أى > صفر يوجد للمعادلة جذران مختلفان أى عدد الحلول حلان

سالب أى < صفر ليس لها جذور حقيقية أى عدد الحلول صفر

يساوى صفر لها جذران متساويان أى عدد الحلول حل وحيد

⊙ **لحل معادلتين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية :**

① من معادلة الدرجة الأولى نوجد س بدلالة ص أو ص بدلالة س

② نعوض فى معادلة الدرجة الثانية بالمعادلة التى تم إيجادها فى الخطوة الأولى

③ نفك الأقواس مع تجميع الحدود المتشابهة ثم التحليل لنحصل على قيمة المتغير الأول

④ نعوض فى معادلة الخطوة الأولى لنحصل على قيمة المتغير الآخر

الأسئلة المقالية

أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلات الآتية :

(١) س + ص = ٤ ، ٢س − ص = ٢

س + ص = ٤
٢س − ص = ٢ بالجمع
٣س = ٦
∴ س = ٦/٣ = ٢
بالتعويض عن س في س + ص = ٤
∴ ٢ + ص = ٤ ⟸ ص = ٤ − ٢ = ٢
∴ م.ح = {(٢ ، ٢)}

(٢) س + ٣ص = ٧ ، ٥س − ص = ٣

س + ٣ص = ٧
٥س − ص = ٣ ×٣
س + ٣ص = ٧
١٥س − ٣ص = ٩
١٦س = ١٦ ∴ س = ١٦/١٦ = ١
بالتعويض عن س في س + ٣ص = ٧
∴ ١ + ٣ص = ٧ ⟸ ٣ص = ٧ − ١
∴ ٣ص = ٦ ⟸ ∴ ص = ٦/٣ = ٢
∴ م.ح = {(١ ، ٢)}

(٣) ٤س + ٣ص = ٦ ، س − ٢ص = ٧

٤س + ٣ص = ٦
س − ٢ص = ٧ × −٤
٤س + ٣ص = ٦
−٤س − ٨ص = ٧
١١ص = −٢٢
∴ ص = −٢٢/١١ = −٢
بالتعويض عن ص فى : س − ٢ص = ٧
∴ س − (٢ × −٢) = ٧ ∴ س = ٣
∴ م.ح = {(٣ ، −٢)}

(٤) ٧س + ٣ص = ٤ ، ٣س + ٢ص = ١

٧س + ٣ص = ٧ × ٢
٣س + ٢ص = ١ × −٣
١٤س + ٦ص = ٨
١٥س − ٦ص = −٣
٥س = ٥
∴ س = ٥/٥ = ١
بالتعويض عن س فى : ٧س + ٣ص = ٤
∴ ٧ × ١ + ٣ص = ٤ ∴ ٣ص = ٤ − ٧
∴ ٣ص = −٣ ∴ ص = −١
∴ ٣ص = ٦ ⟸ ∴ ص = ٦/٣ = ٢
∴ م.ح = {(١ ، −١)}

(٥) أوجد قيمتى أ ، ب علماً بأن (٢ ، ١) حل للمعادلتين:
أس − ب ص = ٨ ، ٢أس + ب ص = ٤

∵ (٢ ، ١) حل للمعادلتين
∴ (٢ ، ١) يحقق المعادلتين
(نعوض عن س = ٢ ، ص = ١)
٢أ − ب = ٨ ⟸ (١)
٤أ + ب = ٤ ⟸ (٢)
٦أ = ١٢ ÷٦ ∴ أ = ٢
بالتعويض عن أ فى المعادلة (٢)
فيكون : ٨ + ب = ٤
∴ ب = ٤ − ٨ = −٤ ∴ ب = −٤

(٦) أوجد قيمتى أ ، ب علماً بأن (أ ، ٢ب) حل للمعادلتين:
٣س − ص = ٥ ، س + ص = −١

∵ (أ ، ٢ب) حل للمعادلتين
∴ (أ ، ٢ب) يحقق المعادلتين
(نعوض عن س = أ ، ص = ٢ب)
٣أ − ٢ب = ٥ ⟸ (١)
أ + ٢ب = ٤ ⟸ (٢)
٤أ = ٤ ÷ ٤ ∴ أ = ١
بالتعويض عن أ فى : أ + ٢ب = −١
فيكون : ١ + ٢ب = −١ ∴ ٢ب = −١ − ١
∴ ٢ب = −٢ ∴ ب = −١

⑦ ص − ٢س = ٠ ، س^٢ − ص^٢ = ٤٥

من المعادلة الأولى : ص = ٢س

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ س^٢ + (٢س)^٢ = ٤٥

∴ س^٢ + ٤س^٢ = ٤٥

∴ ٥ص^٢ = ٤٥ بالقسمة على ٥

∴ س^٢ = ٩ ∴ س = ±√٩ ∴ س = ± ٣

بالتعويض فى : ص = ٢س

عندما س = ٣ فإن : ص = ٢ × ٣ = ٦

عندما ص = − ٣ فإن : ص = ٢ × (−٣) = − ٦

∴ م.ح = {(٣ ، ٦) ، (−٣ ، −٦)}

⑧ س − ص = ١ ، س^٢ − ص^٢ = ٢٥

من المعادلة الأولى : س = ١ + ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ (١ + ص)^٢ − ص^٢ = ٢٥

∴ ١ + ص^٢ + ٢ص − ص^٢ = ٢٥

∴ ١ + ٢ص = ٢٥

∴ ٢ص = ٢٥ − ١ ∴ ٢ص = ٢٤ بالقسمة على ٢

∴ ص = ٢٤/٢ = ١٢

بالتعويض فى : س = ١ + ص

∴ س = ١ + ١٢ = ١٣

∴ م.ح = {(١٣ ، ١٢)}

⑨ س − ص = ٣ ، س^٢ + ص^٢ = ٢٩

من المعادلة الأولى : س = ٣ + ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ (٣ + ص)^٢ + ص^٢ = ٢٩

∴ ٩ + ٦ص + ص^٢ + ص^٢ = ٢٩

∴ ٢ص^٢ + ٦ص + ٩ − ٢٩ = ٠

∴ ٢ص^٢ + ٦ص − ٢٠ = ٠ بالقسمة على ٢

∴ ص^٢ + ٣ص − ١٠ = ٠ ∴ (ص + ٥)(ص − ٢) = ٠

∴ ص = −٥ ، ص = ٢

عندما ص = −٥ فإن : س = ٣ + (−٥) = −٢

عندما ص = ٢ فإن : س = ٣ + ٢ = ٥

∴ م.ح = {(−٣ ، −٤) ، (٤ ، ٣)}

⑩ ص − س = ٢ ، س^٢ + س ص − ٤ = ٠

من المعادلة الأولى : ص = ٢ + س

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ س^٢ + س (٢ + س) − ٤ = ٠

∴ س^٢ + ٢س + س^٢ − ٤ = ٠

∴ ٢س^٢ + ٢س − ٤ = ٠ بالقسمة على ٢

∴ س^٢ + س − ٢ = ٠

∴ (س + ٢)(س − ١) = ٠

∴ س = −٢ ، س = ١

عندما س = −٢ فإن : ص = ٢ + (−٢) = صفر

عندما س = ١ فإن : ص = ٢ + ١ = ٣

∴ م.ح = {(−٢ ، ٠) ، (١ ، ٣)}

⑪ س − ص = ٧ ، س ص = ٦٠

من المعادلة الأولى : س = ٧ + ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ (٧ + ص) ص = ٦٠

∴ ٧ص + ص^٢ = ٦٠

∴ ص^٢ + ٧ص − ٦٠ = ٠

∴ (ص + ١٢)(ص − ٥) = ٠

∴ ص = −١٢ ، ص = ٥

عندما ص = − ١٢ فإن : س = ٧ + (−١٢) = − ٥

عندما ص = ٥ فإن : س = ٧ + ٥ = ١٢

∴ م.ح = {(−٥ ، −١٢) ، (١٢ ، ٥)}

⑫ ص − س = ٣ ، س^٢ + ص^٢ − س ص = ٠

من المعادلة الأولى : ص = ٣ + س

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ س^٢ + (٣ + س)^٢ − س (٣ + س) = ١٣

∴ س^٢ + ٦س + س^٢ − ٣س − س^٢ = ١٣

∴ س^٢ + ٩ + ٣س − ١٣ = ٠

∴ س^٢ + ٣س − ٤ = ٠ ∴ (س + ٤)(س − ١) = ٠

∴ س = −٤ ، س = ١

عندما س = −٤ فإن : ص = ٣ + (−٤) = −١

عندما س = ١ فإن : ص = ٣ + ١ = ٤

∴ م.ح = {(−٤ ، −١) ، (١ ، ٤)}

(١٣) س − ص = ٠ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ١٢

من المعادلة الأولى : س = ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∴ ص^{٢} + ص × ص + ص^{٢} = ١٢

∴ ص^{٢} + ص^{٢} + ص^{٢} = ١٢

∴ ٣ص^{٢} = ١٢ ∴ ص^{٢} = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

∴ ص = ± $\sqrt{٤}$ ∴ ص = ± ٢

عندما ص = ٢ فإن : س = ٢

عندما ص = −٢ فإن : س = −٢

∴ م.ح = {(٢ ، ٢) ، (−٢ ، −٢)}

(١٤) س + ص = ٢ ، $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = ٢

من المعادلة الأولى : س = ٢ − ص

بالتعويض فى المعادلة الثانية :

∵ $\frac{١}{س}$ + $\frac{١}{ص}$ = ٢ ∴ $\frac{ص + س}{س ص}$ = ٢

∴ $\frac{ص + ٢ − ص}{(٢ − ص) ص}$ = ٢

∴ $\frac{٢}{(٢ − ص) ص}$ = $\frac{٢}{١}$ ∴ (٢ − ص) ص = ١

∴ ٢ص − ص^{٢} − ١ = ٠ بالضرب فى −١

∴ ص^{٢} − ٢ص + ١ = ٠

∴ (ص − ١)^{٢} = ٠ ∴ ص − ١ = ٠ ∴ ص = ١

عندما ص = ١ فإن : س = ٢ − ١ = ١

∴ م.ح = {(١ ، ١)}

(١٥) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة
٣س^{٢} − ٦س + ١ = ٠ "مقرباً الناتج لرقمين عشريين"

أ = ٣
ب = −٦
ح = ١

المميز = ب^{٢} − ٤ أ ح

= (−٦)^{٢} − ٤ × ٣ × ١ = ٢٤

∵ س = $\frac{−ب \pm \sqrt{ب^{٢} − ٤ أ ح}}{٢ أ}$

= $\frac{−(−٦) \pm \sqrt{٢٤}}{٢ × ٣}$ = $\frac{٦ \pm ٢\sqrt{٦}}{٦}$ = $\frac{٣ \pm \sqrt{٦}}{٣}$

∴ س = $\frac{٣ + \sqrt{٦}}{٣}$ ≃ ١,٨٢

أو ∴ س = $\frac{٣ − \sqrt{٦}}{٣}$ ≃ ٠,١٨

∴ م.ح = {١,٨٢ ، ٠,١٨}

(١٦) باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة
س^{٢} − ٣س = ١ "حيث $\sqrt{١٣}$ ≃ ٣,٦"

أ = ١
ب = −٢
ح = −٦

∵ س^{٢} − ٣س = ١

∴ س^{٢} − ٣س − ١ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤ أ ح

= (−٣)^{٢} − ٤ × ١ × (−١) = ٩ + ٤ = ١٣

∵ س = $\frac{−ب \pm \sqrt{ب^{٢} − ٤ أ ح}}{٢ أ}$

= $\frac{−(−٣) \pm \sqrt{١٣}}{٢ × ١}$ = $\frac{٣ \pm \sqrt{١٣}}{٢}$ = $\frac{٣ \pm ٣,٦}{٢}$

∴ س = $\frac{٣ + ٣,٦}{٢}$ = ٣,٣

أو س = $\frac{٣ − ٣,٦}{٢}$ = −٠,٣

∴ م.ح = {−٠,٣ ، ٣,٣}

أوجد فى ح × ح مجموعة حل المعادلات الآتية بيانياً : (أجب نفسك)

(١) ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

(٢) ٣س + ٢ص = ٦ ، ص = ٣ − $\frac{٣}{٢}$ س

(٣) ص = ٢س − ٣ ، ٢ص = ٤س + ٢

⑰ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

س(س−٢) = ٦ "مقرباً لأقرب رقم عشرى واحد"

نفك الأقواس أولاً و نضع المعادلة على صورتها فتكون:

أ = ١ ، ب = −٢ ، جـ = −٦

س(س−٢) = ٦ ∴ س^{٢} − ٢س = ٦

∴ س^{٢} − ٢س − ٦ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤أجـ

= (−٢)^{٢} − ٤ × ١ × (−٦) = ٤ + ٢٤ = ٢٨

$$\because \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}} = \frac{-(-٢) \pm \sqrt{٧}}{١ \times ٢}$$

$$= \frac{-(-٢) \pm ٢\sqrt{٧}}{١ \times ٢} = \frac{٢ \pm ٢\sqrt{٧}}{٢}$$

= ١ ± $\sqrt{٧}$

∴ س = ١ + $\sqrt{٧}$ ≃ ٣,٦

أو س = ١ − $\sqrt{٧}$ ≃ −١,٦

∴ م.ح = {٣,٦ ، −١,٦}

⑱ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

س + $\frac{٢}{\text{س}}$ = ٥ "علماً بأن : $\sqrt{١٧}$ ≃ ٤,١٢"

يجب أولاً وضع المعادلة على الصورة الخاصة بها فتكون:

أ = ١ ، ب = −٥ ، جـ = ٢

س + $\frac{٢}{\text{س}}$ = ٥ **بالضرب × س**

س × س + $\frac{٢}{\text{س}}$ × س = ٥ × س

س^{٢} + ٢ = ٥س **ونرتبها**

س^{٢} + ٢ − ٥س = ٠

س^{٢} − ٥س + ٢ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٥)^{٢} − ٤ × ١ × ٢ = ١٧

$$\because \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}} = \frac{-(-٥) \pm \sqrt{١٧}}{١ \times ٢}$$

$$\text{س} = \frac{٥ \pm ٤,١٢}{٢}$$

∴ س = $\frac{٥ + ٤,١٢}{٢}$ ≃ ٤,٥٦

أو س = $\frac{٥ - ٤,١٢}{٢}$ ≃ ٠,٤٤

∴ م.ح = {٤,٥٦ ، ٠,٤٤}

⑲ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

(س − ٣)^{٢} − ٥س = ٠ "مقرباً لأقرب رقمين عشريين"

نفك الأقواس أولاً و نضع المعادلة على صورتها فتكون:

أ = ١ ، ب = −١١ ، جـ = ٩

∵ س^{٢} − ٦س + ٩ − ٥س = ٠

∴ س^{٢} − ١١س + ٩ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤أجـ

= (−١١)^{٢} − ٤ × ١ × ٩ = ٨٥

$$\because \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - ٤\text{أجـ}}}{٢\text{أ}} = \frac{-(-١١) \pm \sqrt{٨٥}}{١ \times ٢}$$

∴ س = $\frac{١١ + \sqrt{٨٥}}{٢}$ ∴ س ≃ ١٠,١١

أو س = $\frac{١١ - \sqrt{٨٥}}{٢}$ ∴ س ≃ ٠,٨٩

∴ م.ح = {١٠,١١ ، ٠,٨٩}

⑳ باستخدام القانون العام أوجد مجموعة حل المعادلة

$\frac{\text{س}}{٣} = \frac{١}{٥ - \text{س}}$ "مقرباً لأقرب رقمين عشريين"

نضع المعادلة على صورتها فتكون:

أ = ١ ، ب = −٥ ، جـ = ٣

∵ $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{١}{٥ - \text{س}}$

∴ ٥س − س^{٢} = ٣

∴ ٥س − س^{٢} − ٣ = ٠ × −١

∴ س^{٢} − ٥س + ٣ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤أجـ = (−٥)^{٢} − ٤ × ١ × ٣ = ١٣

$$\because \text{س} = \frac{-(-٥) \pm \sqrt{١٣}}{١ \times ٣} = \frac{٥ \pm \sqrt{١٣}}{٣}$$

∴ س = $\frac{٥ + \sqrt{١٣}}{٣}$ ∴ س ≃ ٤,٣٠

أو س = $\frac{٥ - \sqrt{١٣}}{٣}$ ∴ س ≃ ٠,٧٠

∴ م.ح = {٤,٣٠ ، ٠,٧٠}



مسائل لفظية

① عددان مجموعها ٥٥ والفرق بينهما ١٥ أوجد العددين؟

نفرض أن العدد الأول س والعدد الثانى ص

فيكون مجموعهما $س + ص = ٥٥$ ⟸ (١)

ويكون الفرق بينهما $س - ص = ١٥$ ⟸ (٢) ونحل المعادلتين معاً فيكون:

$س + ص = ٥٥$ ⟸(١)

$س - ص = ١٥$ ⟸(٢) وبالجمع

$٢س = ٧٠$ ∴ $س = \frac{٧٠}{٢}$ ∴ $س = ٣٥$

وبالتعويض فى أياً من المعادلتين : ولتكن المعادلة (١) $س + ص = ١٥$

∴ $٣٥ + ص = ٥٥$ ∴ $ص = ٥٥ - ٣٥$ ⟸ ∴ $ص = ٢٠$ ∴ العددان هما ٢٠ ، ٣٥

② مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥سم ، محيطه ١٨سم أوجد كلاً من بُعدى المستطيل.

نفرض أن طول المستطيل س ، عرض المستطيل ص

∵ طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥سم ∴ $س = ص + ٥$ $س - ص = ٥$ ⟸ (١)

، ∵ محيطه = ١٨سم ∴ $٢(س + ص) = ١٨$ بالقسمة على ٢ $س + ص = ٩$ ⟸ (٢)

بحل المعادلتين : $س - ص = ٥$

$س + ص = ٩$ بالجمع

$٢س = ١٤$ ∴ $س = \frac{١٤}{٢}$ ∴ $س = ٧$

وبالتعويض فى المعادلة (٢) $٧ + ص = ٩$ ∴ $ص = ٩ - ٧$ ∴ $ص = ٢$

∴ الطول = ٧سم ، العرض = ٢سم

③ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ وإذا عكس وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد على العدد الأصلي بمقدار ٢٧ ما هو العدد الأصلى ؟

نفرض أن رقم الآحاد = س ، رقم العشرات = ص

∵ مجموعهما = ١١ ∴ $س + ص = ١١$ ⟸ (١)

∵ العدد الناتج - العدد الأصلي = ٢٧

∴ $(ص + ١٠س) - (س + ١٠ص) = ٢٧$

$ص + ١٠س - س - ١٠ص = ٢٧$

∴ $٩س - ٩ص = ٢٧$ ⟸ ∴ $س - ص = ٣$ ⟸ (٢)

	آحاد	عشرات	قيمة العدد
العدد الأصلى	س	ص	س+١٠ص
العدد الناتج	ص	س	ص+١٠س

$س - ص = ١١$

$س - ص = ٣$ بالجمع

$٢س = ١٤$ ∴ $س = \frac{١٤}{٢}$ ∴ $س = ٧$

وبالتعويض فى المعادلة (١) $٧ + ص = ١١$ ⟸ $ص = ١١ - ٧$ ∴ $ص = ٤$

∴ العدد الأصلى = ٤٧



④ عددان حقيقيان الفرق بينهما ١ والفرق بين مربعيهما ٧ أوجد العددين ؟

نفرض أن العدد الأكبر س ، العدد الأصغر ص

∵ الفرق بينهما ١ ∴ س − ص = ١ ⇐ (١)

∵ الفرق بين مربعيهما ٧ ∴ س^{٢} − ص^{٢} = ٧ ⇐ (٢)

من المعادلة (١) س = ١ + ص ⇐ (٣)

∴ (١ + ص)^{٢} − ص^{٢} = ٧ ∴ ١ + ٢ص + ص^{٢} − ص^{٢} = ٧

∴ ١ + ٢ص = ٧ ∴ ٢ص = ٧ − ١ ∴ ٢ص = ٦ ∴ ص = ٣

بالتعويض فى (٣) ∴ س = ١ + ٣ ∴ س = ٤ ∴ العددان هما ٤ ، ٣

⑤ مستطيل محيطه ١٤سم ، ومساحته ١٢سم^{٢} أوجد كلاً من بُعديه.

نفرض أن بُعدى المستطيل س سم ، ص سم

∵ محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض) ∴ ١٤ = ٢ (س + ص) بالقسمة على (٢)

∴ ٧ = س + ص ∴ س + ص = ٧ ∴ ص = ٧ − س ⇐ (١)

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ ١٢ = س × ص ∴ س ص = ١٢ ⇐ (٢)

بالتعويض من المعادلة (١) فى المعادلة (٢)

∴ س (٧ − س) = ١٢ ∴ ٧س − س^{٢} = ١٢ ∴ ٧س − س^{٢} − ١٢ = ٠

∴ − س^{٢} + ٧س − ١٢ = ٠ "بالضرب × − ١"

∴ س^{٢} − ٧س + ١٢ = ٠ ∴ (س − ٣)(س − ٤) = ٠

∵ س − ٣ = ٠ ∴ س = ٣ بالتعويض فى (١) ص = ٧ − ٣ ∴ ص = ٤

∵ س − ٤ = ٠ ∴ س = ٤ بالتعويض فى (١) ص = ٧ − ٤ ∴ ص = ٣

∴ بُعد المستطيل هما ٣سم ، ٤سم

⑥ مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٣سم ، ومحيطه ٣٠سم أوجد طولى ضلعى القائمة؟

نفرض أن طولى ضلعى القائمة هما س سم ، ص سم

∵ محيط المثلث = ٣٠ سم ∴ س + ص + ١٣ = ٣٠

∴ س + ص = ٣٠ − ١٣ ∴ س + ص = ١٧ ومنها ∴ ص = ١٧ − س ⇐ (١)

ومن فيثاغورث : ∴ س^{٢} + ص^{٢} = (١٣)^{٢} ∴ س^{٢} + ص^{٢} = ١٦٩ ⇐ (٢)

بالتعويض من المعادلة (١) فى المعادلة (٢) عن قيمة ص

∴ (١٧ − س)^{٢} + س^{٢} = ١٦٩ ∴ ٢٨٩ − ٣٤س + س^{٢} + س^{٢} − ١٦٩ = ٠

∴ ٢س^{٢} − ٣٤س + ١٢٠ = ٠ بالقسمة على (٢)

∴ س^{٢} − ١٧س + ٦٠ = ٠ ∴ (س − ١٢)(س − ٥) = ٠ ∴ س = ١٢ أو س = ٥

بالتعويض فى (١) عند س = ١٢ ∴ ص = ١٧ − ١٢ = ٥

عند س = ٥ ∴ ص = ١٧ − ٥ = ١٢

∴ طولا ضلعى القائمة هما : ٥سم ، ١٢سم



"ملخص الوحدة الثانية"

⊙ أصفار الدالة كثيرة الحدود ص(د) = مجموعة القيم التى تجعل الدالة تساوى صفر

ملاحظات هامة :

① إذا كان : د(س) = أ ، أ ∈ ح* فإن : ص(س) = ∅ فمثلاً : إذا كانت : د(س) = ٥ فإن : ص(س) = ∅

② إذا كان : د(س) = صفر فإن : ص(س) = ح

③ إذا كان : د(س) = $س^٢$ + أ ، أ ∈ $ح^+$ فإن : ص(س) = ∅

فمثلاً : إذا كانت : د(س) = $س^٢$ + ٤ فإن : ص(س) = ∅

⊙ أصفار الدالة الكسرية = {أصفار البسط} − {أصفار المقام}

◎ أى ما يوجد فى مجموعة أصفار البسط ولا يوجد فى مجموعة أصفار المقام

⊙ مجال الكسر الجبرى = ح − {أصفار المقام} ويتم تعيينه قبل الاختصار

⊙ مجال الكسر الجبرى = مجال معكوسة الجمعى

⊙ المجال المشترك لكسرين جبريين = ح − { أصفار مقام الكسر الأول ∪ أصفار مقام الكسر الثانى}

⊙ **تساوى كسريين جبريين :**

يتساوى الكسرين الجبريين إذا تحقق الشرطان :

(١) مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ (٢) $ن_١$(س) = $ن_٢$(س)

⊙ **خطوات جمع أو طرح كسرين جبريين :**

① نرتب حدود البسط والمقام لكل كسر حسب الأس تصاعدياً أو تنازلياً (ويفضل تنازلياً)

② نحلل بسط ومقام كل كسر إن أمكن ③ نوجد المجال المشترك وهو المجال المطلوب

④ نختزل (نختصر) كل كسر على حدة ونوحد المقامات ونجرى عملية الجمع أو الطرح

⊙ **خطوات ضرب كسريين جبريين :**

عند ضرب كسرين جبريين لا نوحد المقامات ولكن ....

① نرتب الحدود. ② نحلل البسط والمقام. ③ نوجد المجال المشترك.

④ نحذف العوامل المشتركة (الأقواس المتشابهة) من أي بسط مع أي مقام.

⑤ وأخيراً نجرى عملية الضرب (البسط × البسط)، (والمقام × المقام).

⊙ المعكوس الضربى هو مقلوب الكسر الجبرى

⊙ مجال المعكوس الضربى = ح − { مجموعة أصفار البسط ∪ مجموعة أصفار المقام }

⊙ **خطوات قسمة كسرين جبريين :**

لإجراء عملية قسمة الكسور الجبرية تتبع الخطوات التالية :

① نرتب حدود البسط والمقام.

② نحلل بسط ومقام كل كسر.

③ نوجد المجال وهو : ح − { أصفار مقام الكسر الأول ∪ أصفار بسط ومقام الكسر الثانى }

④ نحول القسمة إلى ضرب وذلك بتبديل علامة ÷ إلى × ونقلب ما بعدها

⑤ نحذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام.

⑥ نضرب البسط × البسط ، المقام × المقام ، ونبسط الناتج.



الأسئلة المقالية

(١) أوجد مجموعة أصفار ص(د) لكل من دوال كثيرات الحدود الآتية :

(١) د(س) = ٥س − ١٠ (٢) د(س) = س^{٢} − ٦س + ٨ (٣) د(س) = س^{٣} + ٢٧

(٤) د(س) = س^{٢} − ٩ (٥) د(س) = س^{٢} − ٥س (٦) د(س) = س^{٥} − ٣٢

(١)	(٢)	(٣)
(١) بوضع د(س) = ٠ ∴ ٥س − ١٠ = ٠ ∴ ٥س = ١٠ ∴ س = $\frac{١٠}{٥}$ = ٢ ∴ ص(د) = {٢}	(٢) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٢} − ٦س + ٨ = ٠ ∴ (س − ٢)(س − ٤) = ٠ س − ٢ = ٠ ، س − ٤ = ٠ ∴ س = ٢ ، ∴ س = ٤ ∴ ص(د) = {٢ ، ٤}	(٣) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٣} + ٢٧ = ٠ ∴ س^{٣} = −٢٧ ∴ س = $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = −٣ ∴ ص(د) = {−٣}
(٤) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٢} − ٩ = ٠ ∴ س^{٢} = ٩ ∴ س = ±$\sqrt{٩}$ = ±٣ ∴ ص(د) = {٣ ، −٣}	(٥) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٢} − ٥س = ٠ ∴ س(س − ٥) = ٠ ∴ س = ٠ أ، س = ٥ ∴ ص(د) = {٠ ، ٥}	(٦) بوضع د(س) = ٠ ∴ س^{٥} − ٣٢ = ٠ ∴ س^{٥} = ٣٢ ∴ س^{٥} = ٢^{٥} ∴ س = ٢ ∴ ص(د) = {٢}

(٢) أوجد المجال المشترك لكل من : ن$_{١}$(س) = $\frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{س^{٢} - ٤}$ ، ن$_{٢}$(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} - ٣س + ٢}$

∵ ن$_{١}$(س) = $\frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{(س - ٢)(س + ٢)}$ ∴ مجال ن$_{١}$ = ح − {٢ ، −٢}

، ∵ ن$_{٢}$(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{(س - ٢)(س - ١)}$ ∴ مجال ن$_{٢}$ = ح − {٢ ، ١}

∴ المجال المشترك للكسرين الجبريين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ هو ح − {١ ، ٢ ، −٢}

(٣) أوجد مجموعة أصفار كلاً من الدوال الكسرية الآتية :-

① ن(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س^{٢} - ٥س + ٦}$	② ن(س) = $\frac{س + ٥}{س^{٢} - س}$
ن(س) = $\frac{(س - ٣)(س + ٣)}{(س - ٢)(س - ٣)}$ أصفار البسط = {−٣ ، ٣} أصفار المقام = {٢ ، ٣} ∴ ص(ن) = {−٣ ، ٣} − {٢ ، ٣} = {−٣}	ن(س) = $\frac{س + ٥}{س(س - ١)}$ أصفار البسط = {٥} أصفار المقام = {٠ ، ١} ∴ ص(ن) = {٥} − {٠ ، ١} = {٥}

④ إذا كان : $د_1(س) = \frac{2س}{2س + 4}$ ، $د_2(س) = \frac{س^2 + 2س}{س^2 + 4س + 4}$ فأثبت أن : $د_1 = د_2$

∵ $د_1(س) = \frac{2س}{2(س+2)}$ ∴ مجال $د_1 = ح - \{-2\}$ ∴ $د_1(س) = \frac{\cancel{2}س}{\cancel{2}(س+2)} = \frac{س}{س+2}$	∵ $د_2(س) = \frac{س(س+2)}{(س+2)(س+2)}$ ∴ مجال $د_2 = ح - \{-2\}$ ∴ $د_1(س) = \frac{س\cancel{(س+2)}}{(س+2)\cancel{(س+2)}} = \frac{س}{س+2}$

∵ مجال $د_1$ = مجال $د_2$ (1) ، $د_1(س) = د_2(س)$ (2)

∴ $د_1 = د_2$

⑤ إذا كان: $د_1(س) = \frac{س^2 - 9}{س^2 + 4س + 3}$ ، $د_2(س) = \frac{س - 3}{س + 1}$ هل $د_1 = د_2$؟ مع ذكر السبب.

∵ $د_1(س) = \frac{\cancel{(س+3)}(س-3)}{\cancel{(س+3)}(س+1)}$ ∴ مجال $د_1 = ح - \{-3، -1\}$ ∴ $د_1(س) = \frac{س-3}{س+1}$	∵ $د_2(س) = \frac{س-3}{س+1}$ ∴ مجال $د_2 = ح - \{-1\}$ ∴ $د_2(س) = \frac{س-3}{س+1}$

∵ مجال $د_1 \neq$ مجال $د_2$ ∴ $د_1 \neq د_2$

⑥ إذا كان : $د_1(س) = \frac{س^2 + س - 12}{س^2 + 5س + 4}$ ، $د_2(س) = \frac{س^2 - 2س - 3}{س^2 + 2س + 1}$

فاثبت أن : $د_1(س) = د_2(س)$ لجميع قيم س التى تنتمى إلى المجال المشترك وأوجد هذا المجال

∵ $د_1(س) = \frac{\cancel{(س+4)}(س-3)}{\cancel{(س+4)}(س+1)}$ ∵ مجال $د_1 = ح - \{-4، -1\}$ ∴ $د_1(س) = \frac{س-3}{س+1}$	∵ $د_2(س) = \frac{\cancel{(س+1)}(س-3)}{\cancel{(س+1)}(س+1)}$ ∵ مجال $د_2 = ح - \{-1\}$ ∴ $د_2(س) = \frac{س-3}{س+1}$

∴ $د_1(س) = د_2(س)$

لجميع قيم س تنتمى للمجال المشترك للدالتين $د_1$ ، $د_2$ وهو $ح - \{-4، -1\}$

$د_1(س) = د_2(س)$ لجميع قيم س التى تنتمي إلى المجال المشترك .

⑦ أوجد $د(س)$ فى أبسط صورة مبيناً مجال د حيث $د(س) = \frac{س^2 - 2س}{س^2 - 4} + \frac{2س + 6}{س^2 + 5س + 6}$

$$د(س) = \frac{س(س-2)}{(س-2)(س+2)} + \frac{2(س+3)}{(س+3)(س+2)}$$

∴ مجال $د = ح - \{2، -2، -3\}$

$$∴ د(س) = \frac{س\cancel{(س-2)}}{\cancel{(س-2)}(س+2)} + \frac{2\cancel{(س+3)}}{\cancel{(س+3)}(س+2)} = \frac{س}{س+2} + \frac{2}{س+2} = \frac{س+2}{س+2} = 1$$

(٨) أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٥س} + \text{١٥}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢س} - \text{١٥}} - \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤س}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٩س} + \text{٢٠}}$

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٥}(\text{س} + \text{٣})}{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} + \text{٣})} - \frac{\text{س}(\text{س} - \text{٤})}{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} - \text{٤})}$$

مجال ن $= \text{ح} - \{\text{٥} \text{ ، } -\text{٣} \text{ ، } \text{٤}\}$

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٥}}{\text{س} - \text{٥}} - \frac{\text{س}}{\text{س} - \text{٥}} = \frac{-(\text{س} - \text{٥})}{\text{س} - \text{٥}} = -\text{١}$$

---

(٩) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{١}} - \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٣س} - \text{١٠}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٥}}$ فأوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن

ثم أوجد : $\text{ن}(\text{٢})$ ، $\text{ن}(-\text{١})$ إن أمكن ذلك

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}(\text{س} + \text{١})}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})} - \frac{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} + \text{٢})}{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} - \text{١})}$$

$\therefore$ مجال ن $= \text{ح} - \{\text{١} \text{ ، } -\text{١} \text{ ، } \text{٥}\}$

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}(\text{س} + \text{١})}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})} - \frac{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} + \text{٢})}{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} - \text{١})} = \frac{\text{س}}{\text{س} - \text{١}} - \frac{\text{س} + \text{٢}}{\text{س} - \text{١}}$$

$$= \frac{\text{س} - (\text{س} + \text{٢})}{\text{س} - \text{١}} = \frac{\text{س} - \text{س} - \text{٢}}{\text{س} - \text{١}} = \frac{-\text{٢}}{\text{س} - \text{١}}$$

$\therefore \text{ن}(\text{٢}) = \frac{-\text{٢}}{\text{٢} - \text{١}} = \frac{-\text{٢}}{\text{١}} = -\text{٢}$ $\qquad$ $\text{ن}(-\text{١})$ غير معرفة لأن $-\text{١} \notin$ مجال ن

---

(١٠) أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣س} + \text{١٥}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٧س} + \text{١٠}} + \frac{\text{٢س}^{\text{٢}} - \text{٣س} - \text{٢}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}$

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣}(\text{س} + \text{٥})}{(\text{س} + \text{٢})(\text{س} + \text{٥})} + \frac{(\text{٢س} + \text{١})(\text{س} - \text{٢})}{(\text{س} + \text{٢})(\text{س} - \text{٢})}$$

مجال ن $= \text{ح} - \{-\text{٢} \text{ ، } -\text{٥} \text{ ، } \text{٢}\}$

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣}}{\text{س} - \text{٢}} - \frac{\text{٢س} + \text{١}}{\text{س} + \text{٢}} = \frac{\text{٣} + \text{٢س} + \text{١}}{\text{س} + \text{٢}} = \frac{\text{٢س} + \text{٤}}{\text{س} + \text{٢}} = \frac{\text{٢}(\text{س} + \text{٢})}{\text{س} + \text{٢}} = \text{٢}$$

---

(١١) إذا كان : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣س} - \text{١٥}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٥}} - \frac{\text{س} - \text{١}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{١}}$ أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن

$$\because \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣}(\text{س} - \text{٥})}{(\text{س} - \text{٥})(\text{س} - \text{١})} - \frac{\text{س} - \text{١}}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})}$$

$\therefore$ مجال ن $= \text{ح} - \{\text{٥} \text{ ، } -\text{١} \text{ ، } \text{١}\}$

$$\therefore \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{٣}}{\text{س} - \text{١}} - \frac{\text{١}}{\text{س} + \text{١}} = \frac{\text{٣}(\text{س} + \text{١}) - \text{١} \times (\text{س} - \text{١})}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})}$$

$$= \frac{\text{٣س} + \text{٣} - \text{س} + \text{١}}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})} = \frac{\text{٢س} + \text{٤}}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})} = \frac{\text{٢}(\text{س} + \text{٢})}{(\text{س} - \text{١})(\text{س} + \text{١})}$$

١٢ أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ١}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢} - \frac{٦\text{س} + ٣}{٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ١٨}$

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}-١)(\text{س}+١)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+١)} - \frac{٣\,(٢\text{س}+١)}{٣\,(\text{س}^{٢}+\text{س}-٦)} = \frac{(\text{س}-١)(\text{س}+١)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+١)} - \frac{٣\,(٢\text{س}+١)}{٣\,(\text{س}+٣)(\text{س}-٢)}$$

مجال ن $= \text{ح} - \{٢ ، -١ ، -٣\}$

$\therefore\ \text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}-١}{\text{س}-٢} - \frac{٣\,(٢\text{س}+١)}{٣\,(\text{س}+٣)(\text{س}-٢)}$ "بالضرب $\times \frac{\text{س}+٣}{\text{س}+٣}$"

$$\therefore\ \text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}-١)(\text{س}+٣)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)} - \frac{(٢\text{س}+١)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)}$$

$$\therefore\ \text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}-١)(\text{س}+٣) - (٢\text{س}+١)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)} = \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - \text{س} - ٣ - ٢\text{س} - ١}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)}$$

$$= \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٣ - ٢\text{س} - ١}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)} = \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)} = \frac{(\text{س}-٢)(\text{س}+٢)}{(\text{س}+٣)(\text{س}-٢)} = \frac{\text{س}+٢}{\text{س}+٣}$$

---

١٣ أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^{٣} - ٨} - \frac{٩ - \text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$

$$\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤}{\text{س}^{٣}-٨} - \frac{-(\text{س}^{٢}-٩)}{\text{س}^{٢}+\text{س}-٦} = \frac{\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤}{\text{س}^{٣}-٨} + \frac{\text{س}^{٢}-٩}{\text{س}^{٢}+\text{س}-٦}$$

$$= \frac{\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤}{(\text{س}-٢)(\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٤)} + \frac{(\text{س}-٣)(\text{س}+٣)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٣)}$$ مجال ن $= \text{ح} - \{٢ ، -٣\}$

$$\therefore\ \text{ن}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}-٢} + \frac{\text{س}-٣}{\text{س}-٢} = \frac{١+\text{س}-٣}{\text{س}-٢} = \frac{\text{س}-٢}{\text{س}-٢} = ١$$

---

١٤ أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً المجال حيث : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٣}{\text{س}+٣} \times \frac{\text{س}+١}{\text{س}^{٢}-١}$

$$\because\ \text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}+٣)(\text{س}-١)}{\text{س}+٣} \times \frac{\text{س}+١}{(\text{س}+١)(\text{س}-١)}$$

$\therefore$ مجال ن $= \text{ح} - \{-٣ ، -١ ، ١\}$ وبحذف العوامل المشتركة $\therefore\ \text{ن}(\text{س}) = ١$

---

١٥ أوجد $\text{ن}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً المجال حيث : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣}-١}{\text{س}^{٢}-٢\text{س}+١} \times \frac{٢\text{س}-٢}{\text{س}^{٢}+\text{س}+١}$

$$\because\ \text{ن}(\text{س}) = \frac{(\text{س}-١)(\text{س}^{٢}+\text{س}+١)}{(\text{س}-١)(\text{س}-١)} \times \frac{٢\,(\text{س}-١)}{\text{س}^{٢}+\text{س}+١}$$

مجال ن $= \text{ح} - \{١ ، -١\}$ $\therefore\ \text{ن}(\text{س}) = ٢$

---

١٦ أوجد $\text{د}(\text{س})$ فى أبسط صورة مبيناً مجال د :

حيث : $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٢}{\text{س}^{٢}-\text{س}-٢} \times \frac{٢\text{س}^{٢}+\text{س}-١}{\text{س}+٣}$ ثم أوجد : $\text{د}(٠)$ ، $\text{د}(-١)$ إن أمكن ذلك

$$\because\ \text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}-٢}{(\text{س}-٢)(\text{س}+١)} \times \frac{(٢\text{س}-١)(\text{س}+١)}{\text{س}+٣}$$

$\therefore$ مجال د $= \text{ح} - \{٢ ، -١ ، -٣\}$ وبحذف العوامل المشتركة $\therefore\ \text{د}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}-١}{\text{س}+٣}$

$\therefore$ د(٠) $= \frac{٢ \times ٠ - ١}{٠ + ٣} = \frac{-١}{٣}$ ، د(−١) غير معرفة لأن −١ $\not\in$ مجال د

⑰ أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث ن(س) $= \frac{س^٢ - ١٢س + ٣٦}{س^٢ - ٦س} \times \frac{٤س + ٢٤}{٣٦ - س^٢}$

ن(س) $= \frac{س^٢ - ١٢س + ٣٦}{س^٢ - ٦س} \times \frac{٤س + ٢٤}{-(س^٢ - ٣٦)}$

$= \frac{(س - ٦)(س - ٦)}{س(س - ٦)} \times \frac{٤(س + ٦)}{-(س - ٦)(س + ٦)}$

مجال ن = ح − {٠ ، ٦ ، −٦} $\therefore$ ن(س) $= \frac{٤}{-س} = \frac{-٤}{س}$

⑱ إذا كان : ن(س) $= \frac{س^٢ - ٢س}{س - ٢}$

① أوجد : $ن^{-١}$(س) في أبسط صورة مبيناً المجال

② أوجد : $ن^{-١}$(−١)

③ إذا كان : $ن^{-١}$(س) $= \frac{١}{٣}$ فما قيمة س ؟

① $\because$ ن(س) $= \frac{س(س - ٢)}{س - ٢}$ $\therefore$ مجال $ن^{-١}$ = ح − {٠ ، ٢}

$\because$ ن(س) $= \frac{س(س - ٢)}{س - ٢} =$ س $\therefore$ $ن^{-١}$(س) $= \frac{١}{س}$

② $ن^{-١}$(−١) $= \frac{١}{-١} = -١$ ③ $\because$ $ن^{-١}$(س) $= \frac{١}{٣}$ $\therefore$ $\frac{١}{س} = \frac{١}{٣}$ $\therefore$ س = ٣

⑲ إذا كان : ن(س) $= \frac{س^٢ - ٣س}{س^٢ - ٥س + ٦}$

أوجد : ① $ن^{-١}$(س) في أبسط صورة وعين مجاله $ن^{-١}$ ② قيمة س إذا كان : $ن^{-١}$(س) = ٢

ن(س) $= \frac{س(س - ٣)}{(س - ٣)(س - ٢)}$ مجال $ن^{-١}$ = ح − {٣ ، ٢ ، ٠}

ن(س) $= \frac{س(س - ٣)}{(س - ٣)(س - ٢)} = \frac{س}{(س - ٢)}$ $\therefore$ $ن^{-١}$(س) $= \frac{س - ٢}{س}$

عند $ن^{-١}$(س) = ٢ $\therefore$ $\frac{س - ٢}{س} = ٢$ $\therefore$ ٢س = س − ٢ $\therefore$ ٢س − س = −٢ $\therefore$ س = −٢

⑳ إذا كان المعكوس الضربي للكسر $\frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ - ٢س + ك}$ **هو** $\frac{س - ٤}{س}$ **فما هي قيمة ك**

ثم أوجد مجال الكسر الذي يحقق ذلك

$\because$ $\frac{س^٢ - ٢س + ك}{س^٢ + ٢س} = \frac{س - ٤}{س}$ $\therefore$ $\frac{س^٢ - ٢س + ك}{س(س + ٢)} = \frac{س - ٤}{س}$

$\therefore$ $س^٢ - ٢س + ك = (س + ٢)(س - ٤)$

$\therefore$ $س^٢ - ٢س + ك = س^٢ - ٤س + ٢س - ٨$

$\therefore$ $س^٢ - ٢س + ك = س^٢ - ٤س + ٢س - ٨$ بالمقارنة $\therefore$ ك = −٨

$\because$ $\frac{س^٢ - ٢س - ٨}{س^٢ + ٢س} = \frac{(س + ٢)(س - ٤)}{س(س + ٢)}$ $\therefore$ مجال $ن^{-١}$ = ح − {−٢ ، ٤ ، ٠}

(٢١) إذا كان : $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)}$

أوجد : ① $ن^{-١}(س)$ فى أبسط صورة وعين مجاله $ن^{-١}$ ② قيمة س إذا كان : $ن^{-١}(س) = ٣$

$ن(س) = \frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)}$ مجال $ن^{-١} = ح - \{٢ ، ٠\}$

$ن(س) = \frac{س(س - ٢)}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢)} = \frac{س}{س^{٢} + ٢}$ $\therefore ن^{-١}(س) = \frac{س^{٢} + ٢}{س}$

عند $ن^{-١}(س) = ٣$ $\therefore \frac{س^{٢} + ٢}{س} = ٣$ $\therefore س^{٢} + ٢ = ٣س$

$\therefore س^{٢} - ٣س + ٢ = ٠$ $\therefore (س - ٢)(س - ١) = ٠$

$\therefore س = ٢$ (مرفوض لأن $٢ \notin$ لمجال $ن^{-١}$) ، $س = ١$

---

(٢٢) أوجد $ن(س)$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $ن(س) = \frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{س + ٣} \div \frac{س^{٢} - ١}{س + ١}$

$ن(س) = \frac{(س + ٣)(س - ١)}{(س + ٣)} \div \frac{(س - ١)(س + ١)}{(س + ١)}$ مجال $ن = ح - \{-٣ ، ١ ، -١\}$

$\therefore ن(س) = \frac{(س + ٣)(س - ١)}{(س + ٣)} \times \frac{(س + ١)}{(س + ١)(س - ١)} = ١$

---

(٢٣) أوجد $ن(س)$ فى أبسط صورة مبيناً مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{س - ١}{س^{٢} - ١} \div \frac{س^{٢} - ٥س}{س^{٢} - ٤س - ٥}$

$\because ن(س) = \frac{س - ١}{(س - ١)(س + ١)} \div \frac{س(س - ٥)}{(س - ٥)(س + ١)}$ $\therefore$ مجال $ن = ح - \{١ ، -١ ، ٠ ، ٥\}$

$ن(س) = \frac{س - ١}{(س - ١)(س + ١)} \times \frac{(س - ٥)(س + ١)}{س(س - ٥)} = \frac{١}{س}$

---

(٢٤) أوجد $ن(س)$ فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $ن(س) = \frac{س^{٢} - ٤٩}{س^{٣} - ٨} \div \frac{س + ٧}{س - ٢}$

$ن(س) = \frac{(س - ٧)(س + ٧)}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)} \div \frac{س + ٧}{س - ٢}$ مجال $ن = ح - \{٢ ، -٧\}$

$\therefore ن(س) = \frac{(س - ٧)(س + ٧)}{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)} \times \frac{س - ٢}{س + ٧} = \frac{س - ٧}{س^{٢} + ٢س + ٤}$

$\therefore ن(١) = \frac{١ - ٧}{(١)^{٢} + ٢ \times ١ + ٤} = \frac{-٦}{٧}$

---

(٢٥) إذا كانت : $ن(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - ٦س + ٥} \div \frac{س^{٣} + ٢س^{٢} + ٤س}{٢س^{٢} - ٩س - ٥}$

أوجد $ن(س)$ فى أبسط صورة مبيناً المجال. ثم أوجد : $ن(-١)$ ، $ن(٠)$ إن أمكن ذلك

$\because ن(س) = \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{(س - ١)(س - ٥)} \div \frac{س(س^{٢} + ٢س + ٤)}{(٢س + ١)(س - ٥)}$ $\therefore$ مجال $ن = ح - \{١ ، ٥ ، -\frac{١}{٢} ، ٠\}$

$\therefore ن(س) = \frac{(س - ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}{(س - ١)(س - ٥)} \times \frac{(٢س + ١)(س - ٥)}{س(س^{٢} + ٢س + ٤)} = \frac{(س - ٢)(٢س + ١)}{س(س - ١)}$



$\therefore\ ن(-١) = \frac{(-١-١-٢)\times(-٢+١)}{-١\times(-١-١)} = \frac{(-٣)\times(-١)}{(-١)\times(-٢)} = \frac{٣}{٢}$

ن(٠) غير معرفة لأن صفر $\notin$ **مجال ن**

---

(٢٦) أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث $ن(س) = \frac{س^٢ - ٣س}{٢س^٢ - س - ٦} \div \frac{٢س^٢ - ٣س}{٤س^٢ - ٩}$

$ن(س) = \frac{س\,(س-٣)}{(س-٢)(٢س+٣)} \div \frac{س\,(٢س-٣)}{(٢س+٣)(٢س-٣)}$ **مجال** $ن = ح - \{٢ ، \frac{-٣}{٢} ، ٠ ، \frac{٣}{٢}\}$

$\therefore\ ن(س) = \frac{س\,(س-٣)}{(س-٢)(٢س+٣)} \times \frac{(٢س+٣)(٢س-٣)}{س\,(٢س-٣)} = \frac{س-٣}{س-٢}$

---

(٢٧) إذا كان : ص(د) = {٥} **وكانت** د(س) = م س − ١٥ **فإن :** م = ...

$\because$ ص(د) = {٥} **أى : عند** س = ٥ **تكون** د(س) = ٠

$\therefore$ م × ٥ − ١٥ = ٠ $\therefore$ ٥م = ١٥ $\therefore$ م = $\frac{١٥}{٥}$ $\therefore$ م = ٣

---

(٢٨) إذا كان مجموعة أصفار الدالة د(س) = $س^٢$ + أ س + ١٦ **هى** {− ٤} **أوجد قيمة أ**

$\because$ ص(د) = {− ٤} $\therefore$ **عندما** س = − ٤ **فإن :** $س^٢$ + أ س + ١٦ = ٠

$\therefore$ $(-٤)^٢$ + أ × (−٤) + ١٦ = ٠ $\therefore$ ١٦ − ٤أ + ١٦ = ٠ $\therefore$ ٣٢ − ٤أ = ٠

$\therefore$ ٣٢ = ٤أ $\therefore$ أ = ٨

---

(٢٩) إذا كان مجموعة أصفار الدالة د(س) = أ $س^٢$ + س + ب **هى** {٠ ، ١} **أوجد قيمتى أ ، ب**

$\because$ ص(د) = {٠ ، ١}

$\therefore$ **عندما** س = ٠ **فإن :** أ × ٠ + ٠ + ب = ٠ $\therefore$ ب = ٠

عندما س = ١ **فإن :** أ × $(١)^٢$ + ١ + ٠ = ٠ $\therefore$ أ = −١

---

(٣٠) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة : د(س) = أ $س^٢$ + ب س + ١٥ **هى** {٣ ، ٥} **فأوجد أ ، ب**

$\because$ ص(د) = {٣ ، ٥} **أى : عند** س = ٣ **تكون** د(س) = ٠ **وعند** س = ٥ **تكون** د(س) = ٠

$\therefore$ أ × $(٣)^٢$ + ب × ٣ + ١٥ = ٠ $\therefore$ ٩أ + ٣ب + ١٥ = ٠

$\therefore$ ٩أ + ٣ب = − ١٥ **بالقسمة على ٣** $\therefore$ ٣أ + ب = − ٥ $\Leftarrow$ (١)

$\therefore$ أ × $(٥)^٢$ + ب × ٥ + ١٥ = ٠ $\therefore$ ٢٥أ + ٥ب + ١٥ = ٠

$\therefore$ ٢٥أ + ٥ب = − ١٥ **بالقسمة على ٥** $\therefore$ ٥أ + ب = − ٣ $\Leftarrow$ (٢)

بضرب المعادلة الأولى × − ١ $\therefore$ ٣أ + ب = − ٥ × −١ $\therefore$ −٣أ − ب = ٥

−٣أ − ب = ٥

٥أ + ب = −٣

٢أ = ٢

$\therefore$ أ = ١ **بالتعويض فى (١)**

$\therefore$ ٣ × ١ + ب = − ٥ $\therefore$ ٣ + ب = − ٥ $\therefore$ ب = − ٥ − ٣ $\therefore$ ب = − ٨

---

(٣١) إذا كان مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{س - ١}{س^٢ - أ س + ٩}$ **هو** ح − {٣} **فأوجد قيمة أ**

$\because$ **مجال ن هو** ح − {٣} $\therefore$ **عندما** س = ٣ **فإن :** $س^٢$ − أ س + ٩ = ٠

$\therefore$ $(٣)^٢$ − ٣ × أ + ٩ = ٠ $\therefore$ ٩ − ٣ × أ + ٩ = ٠ $\therefore$ −٣أ + ١٨ = ٠ $\therefore$ $\frac{-٣}{-٣}$أ = $\frac{-١٨}{-٣}$ $\therefore$ أ = ٦

٣٢ إذا كان مجال د(س) = $\frac{س + ب}{س + أ}$ هو ح − {−٢} وكان : د(٠) = ٣ أوجد قيمتى : أ ، ب

∵ مجال د = ح − {−٢} ∴ عندما س = −٢ فإن المقام = صفر

∴ س + أ = ٠ ∴ −٢ + أ = ٠ ∴ أ = ٢

د(٠) = ٣ أى س = ٠ ، د(س) = ٣

∴ ٣ = $\frac{٠ + ب}{٠ + ٢}$ ∴ ٣ = $\frac{ب}{٢}$ ∴ ب = ٦

---

٣٣ إذا كان مجال ن : ن(س) = $\frac{ك}{س}$ + $\frac{٩}{س + م}$ هو ح − {٠ ، ٤} وكان : ن(٥) = ٢ أوجد قيمتى : م ، ك

∵ مجال ن = ح − {٠ ، ٤} ∴ عندما س = ٤ فإن : س + م = ٠

∴ ٤ + م = ٠ ∴ م = −٤

∴ ن(س) = $\frac{ك}{س}$ + $\frac{٩}{س − ٤}$

، ∵ ن(٥) = ٢ ∴ س = ٥ ، ن(س) = ٢

∴ $\frac{ك}{٥}$ + $\frac{٩}{٥ − ٤}$ = ٢ ∴ $\frac{ك}{٥}$ + ٩ = ٢ ∴ $\frac{ك}{٥}$ = ٢ − ٩

∴ $\frac{ك}{٥}$ = −٧ ∴ ك = −٣٥

---

٣٤ إذا كان مجال الدالة : ن(س) = $\frac{س + ١}{س^٢ − أس + ٢٥}$ هو ح − {٥} أوجد قيمة : أ

∵ مجال ن(س) = ح − {٥}

∴ عندما س = ٥ فإن : المقام = صفر ∴ $س^٢$ − أس + ٢٥ = ٠

∴ $(٥)^٢$ − أ × ٥ + ٢٥ = ٠ ∴ ٢٥ − ٥أ + ٢٥ = ٠ ∴ ٥٠ − ٥أ = ٠ ∴ ٥أ = ٥٠ ∴ أ = ١٠

---

٣٥ إذا كان مجال الدالة : د(س) = $\frac{س}{س^٢ − ٥س + م}$ هو ح − {٢، ك} أوجد قيمتى : م ، ك

∵ مجال د هو ح − {٢، ك}

∴ عندما س = ٢ فإن : المقام = صفر ∴ $س^٢$ − ٥س + م = ٠

∴ $(٢)^٢$ − ٥ × ٢ + م = ٠ ∴ ٤ − ١٠ + م = ٠ ∴ −٦ + م = ٠ ∴ م = ٦

عندما س = ك فإن : المقام = صفر ∴ $س^٢$ − ٥س + م = ٠

∴ $(ك)^٢$ − ٥ × ك + ٦ = ٠ ∴ $ك^٢$ − ٥ك + ٦ = ٠ ∴ (ك − ٢)(ك − ٣) = ٠

∴ ك − ٢ = ٠ ∴ ك = ٢ " مرفوض" ، ك − ٣ = ٠ ∴ ك = ٣

---

٣٦ إذا كان مجموعة أصفار الدالة : د(س) = $\frac{س^٢ − أس + ٩}{ب س + ٤}$ هو {٣} ومجالها هو ح − {٢} أوجد : أ ، ب

∵ ص(د) = {٣} ∴ عندما س = ٣ فإن : البسط = صفر ∴ $س^٢$ − أس + ٩ = ٠

∴ $(٣)^٢$ − أ × ٣ + ٩ = ٠ ∴ ٩ − ٣أ + ٩ = ٠ ∴ −٣أ + ١٨ = ٠ ∴ −٣أ = −١٨ ∴ أ = ٦

، ∵ مجالها ح − {٢} ∴ عندما س = ٢ فإن : المقام = صفر

∴ ب س − ٤ = ٠ ∴ ب × ٢ − ٤ = ٠ ∴ ب = ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلتين : س + ص = ٠ ، ص = ١ معاً فى ح × ح هى ....

(أ) (−١ ، ١) (ب) {(−١ ، ١)} (جـ) (١ ، −١) (د) {(١ ، −١)}

(٢) مجموعة أصفار الدالة د(س) = صفر هى ....

(أ) ح − {٠} (ب) ح (جـ) {صفر} (د) ∅

(٣) إذا كان للمعادلتين : س + ٣ص = ٦ ، ٢س + مص = ١٢ عدد لا نهائى من الحلول فإن : م = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

(٤) مجال الدالة ن : ن(س) = $\frac{س}{س^2 - 1}$ هو ....

(أ) {−١} (ب) ح − {١} (جـ) {١ ، −١} (د) ح − {١ ، −١}

(٥) عدد حلول المعادلتين : س + ص = ١ ، س + ص = ٢ معاً فى ح × ح هو ....

(أ) {−١} (ب) ح − {١} (جـ) {١ ، −١} (د) ح − {١ ، −١}

(٦) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س + ٤ فى ح هى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

(٧) أحد حلول المعادلتين : س − ص = ٢ ، $س^2 + ص^2 = ٢٠$ هو ....

(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (جـ) (٢ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

(٨) نقطة تقاطع المستقيمين : ص = ٣ ، س − ٥ = صفر هى ....

(أ) (٣ ، ٥) (ب) (−٥ ، ٣) (جـ) (−٣ ، ٥) (د) (٥ ، ٣)

(٩) إذا كان مجال الكسر الجبرى ن(س) هو ح − {٢ ، ٣ ، ٤} فإن : ن(٣) = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ليس لها وجود

(١٠) المستقيمان : ٣س − ٥ص = صفر ، ٥س + ٣ص = صفر يتقاطعان فى ....

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثالث (جـ) نقطة الأصل (د) الربع الرابع

(١١) إذا كان : ن(س) = $\frac{س}{س - 1}$ فإن مجال الدالة $ن^{-1}$ هو ....

(أ) ح − {١ ، ٠} (ب) ح − {٠} (جـ) ح − {١} (د) {١ ، ٠}

(١٢) مجموعة حل المعادلتين : س − ٣ = ٠ ، ص = ٤ فى ح × ح هو ....

(أ) {٣ ، ٤} (ب) {(٣ ، ٤)} (جـ) {(٤ ، ٣)} (د) ∅

(١٣) مجال المعكوس الجمعى للدالة ن : ن(س) = $\frac{س + 2}{س - 3}$ هو ....

(أ) ح − {٣} (ب) ح − {−٢} (جـ) ح − {−٢ ، ٣} (د) ح

(١٤) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $س^2 + 9$ ح هى ....

(أ) ح (ب) {٣} (جـ) {٣ ، −٣} (د) ∅

⑮ إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (−١ ، ٠) ، (٠ ، −٤) ، (٤ ، ٠)
فإن مجموعة حل المعادلة : د(س) = صفر فى ح هو ....

(أ) {−١ ، ٠} (ب) {−٤ ، ٠} (جـ) {−١ ، ٤} (د) {٤ ، −٤}

⑯ مجموعة حل المعادلتين : س = ٢ ، $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٤ معاً فى ح × ح هى ....

(أ) {(٢ ، ٢)} (ب) {(٠ ، ٢)} (جـ) {(٤ ، ٠)} (د) {(٢ ، ٠)}

⑰ عدد حلول المعادلتين : ٢س − ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤ فى ح × ح هو ....

(أ) حل وحيد (ب) صفر (جـ) حلان (د) عدد لا نهائى

⑱ إذا كان المعادلتين : س + ٤ص = ٥ ، ٣س + ك ص = ١٥ حل وحيد فى ح × ح
فإن : ك لا يمكن أن تساوى ....

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ١٢ (د) −١٢

⑲ مجموعة قيم س التى تجعل : د(س) = صفر تسمى ....

(أ) مجموعة أصفار المقام (ب) مجموعة أصفار الدالة

(جـ) المجال (د) المدى

⑳ إذا كانت : ٣ أحد أصفار الدالة د حيث د(س) = $س^{٢}$ − ٣س + أ فإن : أ = ...

(أ) ٦ (ب) صفر (جـ) −٦ (د) ٣

㉑ إذا كان مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{س + ٢}{٤س^{٢} + ك س + ٩}$ هو ح − {$−\frac{٣}{٢}$} فإن قيمة ك = ...

(أ) ١٥ (ب) −١٥ (جـ) ١٢ (د) −١٢

㉒ فى المعادلة : أ$س^{٢}$ + ب س + جـ = صفر إذا كانت $ب^{٢}$ − ٤أجـ > صفر فإن عدد جذور المعادلة فى ح = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) لا نهائى

㉓ إذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين : س = ١ ، ص = ٥أ تقع فى الربع الرابع فإن : أ يمكن ان تساوى ....

(أ) −٥ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٥

㉔ إذا كان : ن(س) = $\frac{س^{٢} − ٢س}{(س − ٢)(س^{٢} + ٢)}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح − {٢} (جـ) ح − {٠} (د) ح − {٠ ، ٢}

㉕ إذا كان للمعادلتين : س + ٦ص = ٣ ، ٢س + ك ص = ٦ عدد لا نهائى من الحلول فى ح × ح فإن : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٢١

㉖ مجموعة أصفار الدالة : د : د(س) = $س^{٢}$ − ٣ هى ....

(أ) {$\sqrt{٣}$} (ب) {$-\sqrt{٣}$} (جـ) {٣} (د) {$\sqrt{٣}$ ، $-\sqrt{٣}$}

㉗ إذا كانت : س ≠ صفر فإن : $\frac{٥س}{س^{٢} + ١} \div \frac{س}{س^{٢} + ١}$ = ...

(أ) −٥ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٥

(٢٨) إذا كانت : د(س) = $س^٢$ + س + أ وكانت مجموعة أصفار الدالة هى { ١ ، −٢ } فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) −١ (د) −٢

(٢٩) المستقيمان : س + ٢ص = ١ ، ٢س + ٤ص = ٦ يكونان ....

(أ) متوازيين (ب) متقاطعين (جـ) متعامدين (د) متقاطعين ومتعامدين

(٣٠) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = ٤ هى ....

(أ) صفر (ب) {٤} (جـ) {٠ ، ٤} (د) ∅

(٣١) إذا كان مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{٥}{س}$ + $\frac{٥}{س + ك}$ هو ح − { ٠ ، ٣ } فإن : ك = ...

(أ) −٣ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٦

(٣٢) إذاكان المعادلتين : س + ٤ص = ٧ ، س + (ك − ١)ص = ٧ عدد لانهائى من الحلول فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

(٣٣) مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، س + ص = ٥ فى ح × ح هى ....

(أ) {(٣ ، ٢)} (ب) {(٢ ، ٣)} (جـ) {(٣ ، ٥)} (د) {(٥ ، ٢)}

(٣٤) إذا كانت : د(س) = $\frac{س − ٣}{س + ٢}$ فإن : ص(د) = ...

(أ) {٣} (ب) {−٢} (جـ) ح − {−٢} (د) {٣ ، −٢}

(٣٥) إذا كان المستقيمان : س + ٣ص = ٤ ، س + أص = ٧ متوازيين فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١١

(٣٦) إذا كان الكسر الجبرى ن : ن(س) = $\frac{س^٢ − ٥س}{س − ٣}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) {٣} (ب) {−٢} (جـ) ح − {−٢} (د) {٣ ، −٢}

(٣٧) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^٢ − س − ٢}{س^٢ − ٤}$ هى ....

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٢} (جـ) {−١} (د) {٢ ، −١}

(٣٨) المستقيمان ٣س + ٥ص = صفر ، ٥س − ٣ص = صفر يتقاطعان فى ....

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثانى (جـ) نقطة الأصل (د) الربع الثالث

(٣٩) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = − ٣س هى ....

(أ) {صفر} (ب) {٣} (جـ) {−٣} (د) ح − {٣}

(٤٠) أبسط صورة الدالة د : د(س) = $\frac{٤ − س}{س − ٤}$ حيث س ≠ ٤ هى ....

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ١ (د) −١

(٤١) إذا كانت : س = ٣ أحد أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^٢ − ٢س − ك}{س^٢ − ٢٥}$ فإن : ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) −٣ (د) −٦

(٤٢) المجال المشترك للكسرين : $\frac{٢}{س^٢ - ١}$ ، $\frac{٥س}{س^٢ - س}$ هو ....

(أ) ح − {١}　(ب) ح − {٠ ، ١}　(جـ) ح − {٠ ، ١ ، −١}　(د) ح − {١ ، −١}

(٤٣) إذا كانت الزوج المرتب (٠ ، ٢) حلاً للمعادلة : س + أص = ٦ فإن : أ = ...

(أ) صفر　(ب) ٢　(جـ) ٣　(د) ٦

(٤٤) إذا كان : $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$ ، $ن_٢(س) =$ س + ٢ فإن : $ن_١ = ن_٢$ فى المجال ....

(أ) ح　(ب) ح − {٢}　(جـ) ح − {−٢}　(د) ح − {−١}

(٤٥) الدالة : د(س) = $\frac{س^٤ - س}{س^٣ + س^٢ + س}$ في أبسط صورة هى ....

(أ) ٢س − ١　(ب) ٢س　(جـ) س − ١　(د) س + ١

(٤٦) إذا كان مجال $ن_١(س) = \frac{٥}{س - ٨}$ يساوى مجال $ن_٢(س) = \frac{س - ٣}{س + ك}$ فإن : ك = ...

(أ) ٣　(ب) ٥　(جـ) −٨　(د) ٨

(٤٧) مجموعة حل المعادلتين : س − ص = ٠ ، س ص = ٩ فى ح × ح هى ....

(أ) (٠ ، ٠)　(ب) {(−٣ ، −٣)}

(جـ) {(٣ ، ٣)}　(د) {(−٣ ، −٣) ، (٣ ، ٣)}

(٤٨) مجال الكسر الجبرى : $\frac{س - ٥}{٣}$ يساوى مجال الكسر الجبرى هو ....

(أ) $\frac{س}{س^٢ + ١}$　(ب) $\frac{س}{س - ٣}$　(جـ) $\frac{س}{س - ٥}$　(د) $\frac{س - ٥}{س - ٣}$

(٤٩) إذا كان مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ + أ}$ هو ح فإن : أ .... صفر

(أ) =　(ب) <　(جـ) ⩾　(د) >

(٥٠) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د لا يقطع محور السينات فى أى نقطة فإن عدد حلول المعادلة د(س) = صفر فى ح هو ....

(أ) حل وحيد　(ب) حلان　(جـ) عدد لا نهائى　(د) صفر

(٥١) المعكوس الجمعى للكسر الجبرى : $\frac{٣}{س^٢ + ١}$ هو ....

(أ) $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$　(ب) $\frac{س^٢ + ١}{٣}$　(جـ) $\frac{س^٢ + ١}{-٣}$　(د) $\frac{٣}{س^٢ - ١}$

(٥٢) إذا كان للكسر الجبرى : $\frac{س - أ}{س + ٥}$ معكوس ضربى هو $\frac{س + ٥}{س + ٣}$ فإن : أ = ...

(أ) ٣　(ب) −٥　(جـ) −٣　(د) ٥



ثانياً : الإحصـــاء

قوانين هامة :

① ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

② ل (أ ∩ ب) = ل (أ) + ل (ب) − ل (أ ∪ ب)

③ إذا كان : حدثين متنافيين فإن : ل (أ ∩ ب) = صفر

ويكون : ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) ويكون : ل (أ − ب) = ل (أ)

④ إذا كان : أ ⊂ ب فإن : ل (أ ∩ ب) = ل (أ) ، ل (أ ∪ ب) = ل (ب)

⑤ إذا كان : ب ⊂ أ فإن : ل (أ ∩ ب) = ل (ب) ، ل (أ ∪ ب) = ل (أ)

⑥ ل (أ) + ل (أ′) = ١ ونستنتج أن : ل (أ) = ١ − ل (أ′) ل (أ′) = ١ − ل (أ)

⑦ ل (أ − ب) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب) ، ل (ب − أ) = ل (ب) − ل (أ ∩ ب)

⑧ أ ∩ أ′ = ∅ ، ل (أ ∩ أ′) = صفر ، أ ∪ أ′ = ف ، ل (أ ∪ أ′) = ١

⑨ احتمال وقوع الحدث أ المقصود بها ل (أ)

⑩ احتمال عدم وقوع الحدث أ المقصود بها ل (أ′)

⑪ احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معاً المقصود بها ل (أ ∩ ب)

⑫ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً أو احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر المقصود بها ل (أ ∩ ب)′ وتساوى ١ − ل (أ ∩ ب)

⑬ احتمال حدث وقوع أ أو ب أو كلاهما أو احتمال وقوع أحدهما على الأقل المقصود بها ل (أ ∪ ب)

⑭ احتمال عدم وقوع أي من الحدثين أ ، ب المقصود بها ل (أ ∪ ب)′ وتساوى ١ − ل (أ ∪ ب)

⑮ احتمال وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب أو احتمال وقوع الحدث أ فقط المقصود بها ل (أ − ب)

⑯ احتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ أو احتمال وقوع الحدث ب فقط المقصود بها ل (ب − أ)

⑰ احتمال أحد الحدثين دون الأخر (احتمال وقوع أحد الحدثين فقط) ل (أ − ب) + ل (ب − أ)

⑱ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين أ ، ب المقصود بها ل (أ ∪ ب)′ = ١ − ل (أ ∪ ب)

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

① إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ١ (ب) ٠,٥ (جـ) ∅ (د) صفر

② إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ′) = ٢ل (أ) فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{2}{3}$ (د) ١

③ إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ) + ل (أ′) = ٢ك فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{4}$

④ إذا كان : أ ∩ ب = ∅ فإن : ل (أ − ب) = ...

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ل (ب − أ) (د) ١

⑤ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج تجربة عشوائية ، أ ⊂ ب فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ل (ب) (ب) ل (أ) (جـ) ل (أ ∩ ب) (د) صفر

⑥ إذا كان أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل (أ´) = ل (أ) فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ١

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان ب ⊂ أ فإن : ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ١ (ب) ل (أ) (جـ) ل (ب) (د) ٢ ل (ب)

⑧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٢ ، ل (ب) = ٠,٦

فإن : ل (ب − أ) = ...

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ٠,٨

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ب فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ل (ب) (ب) ل (أ) (جـ) صفر (د) ∅

⑩ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجى وظهور عدد فردى معاً يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

⑪ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهورعدد أقل من ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

⑫ احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) صفر (ب) ∅ (جـ) ١ (د) ف

⑬ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان أ ⊂ ب ، ل (أ) = ٠,٧ ، ل (أ − ب) = ٠,٥

فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

⑭ إذا كان أ´ هو الحدث المكمل للحدث أ فإن : أ´ ∪ أ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) ∅ (د) ف

⑮ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردى يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٢

⑯ يقال للحدثين أ ، ب انهما متنافيان إذا كان : أ ∩ ب = ...

(أ) صفر (ب) −١ (جـ) {٠} (د) ∅

⑰ إذا كان : $\frac{\text{ل (أ)}}{\text{ل (أ´)}}$ = ٣ فإن : ل (أ) = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

⑱ إذا كان احتمال وقوع الحدث أ هو ٧٥ ٪ فإن احتمال عدم وقوع الحدث أ هو ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

⑲ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل (أ) = $\frac{١}{٥}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٥}$ فإن : ل (ب) = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٤}{١٥}$ (د) $\frac{١١}{١٥}$

⑳ إذا سحبت بطاقة عشوائياً من بين ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المسحوب مضاعفاً للعدد ٤ هو ....

(أ) ٢٥ ٪ (ب) ٣٠ ٪ (جـ) ٤٠ ٪ (د) ٥٠ ٪

㉑ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان : ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٧ فإن : ل(أ) = ...

(أ) ٠,٠٢ (ب) ٠,٢ (جـ) ٠,٥ (د) ٠,١٣

㉒ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ يساوى ....

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

㉓ إذا كان : أ ⊂ ف وكان : ل(أ) = $\frac{١}{٣}$ فإن : ل(أ´) = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

㉔ إذا كان : أ´ هو الحدث المكمل للحدث أ فى فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن : ل(أ) + ل(أ´) = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) صفر

㉕ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٧ فإن احتمال عدم نجاحه هو ....

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٥ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٢

㉖ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، أ ⊂ ب فإن : ل(أ − ب) = ...

(أ) ل(ب) (ب) ل(أ) (جـ) صفر (د) ∅

㉗ أى من الأتى يمكن أن يكون احتمالاً لأحد الأحداث؟

(أ) −٠,٧٣ (ب) ١,٢٣ (جـ) ٧٩ ٪ (د) $\frac{٤}{٣}$

㉘ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) −١

ثانياً : الأسئلة المقالية :

١ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٣ أوجد :

① ل(أ ∪ ب) ② ل(ب´) ③ ل(أ´) ④ ل(أ − ب) ⑤ ل(ب − أ)

① ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ + ٠,٥ − ٠,٣ = ٠,٨

② ل(ب´) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٥ = ٠,٥ ③ ل(أ´) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

④ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ − ٠,٣ = ٠,٣

⑤ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٥ − ٠,٣ = ٠,٢

---

٢ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : ① احتمال عدم وقوع الحدث أ ② احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

③ احتمال وقوع ب وعدم وقوع الحدث أ

① احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل(أ´) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٧ = ٠,٣

② احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

③ احتمال وقوع ب وعدم وقوع الحدث أ = ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٦ − ٠,٤ = ٠,٢

③ إذا كان أ ، ب حدثين من ف ، ل(أ) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$ أوجد ل(ب) إذا كان :

① أ ، ب حدثين متنافيان ② أ ⊂ ب

① ∵ أ ، ب حدثين متنافيان ∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

∴ $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٣}{٥}$ + ل(ب) ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٤}$ − $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٣}{٢٠}$

② ∵ أ ⊂ ب ∴ ل(أ ∪ ب) = ل(ب) ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٤}$

---

④ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$ أوجد ل(أ ∪ ب) فى الحالات الآتية :

① ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ ② أ ، ب حدثين متنافيين

① ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{١٧}{٢٤}$

② ∵ أ ، ب حدثين متنافيين ∴ ل(أ ∩ ب) = صفر

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٥}{٦}$

---

⑤ كيس به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥ سحبت منه كرة عشوائياً إذا كان الحدث أ هو حدث الحصول على عدد فردى ، ب هو حدث الحصول على عدد أولى فأوجد :

① ل(أ) ② ل(أ − ب)

① أ = {١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣} ∴ ل(أ) = $\frac{٨}{١٥}$

② ب = {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣} ∴ ل(ب) = $\frac{٦}{١٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

أ ∩ ب = {٣، ٥، ٧، ١١، ١٣} ∴ ل(أ − ب) = $\frac{٨}{١٥}$ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٣}{١٥}$ = $\frac{١}{٥}$

---

⑥ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى إذا كان أ حدث الحصول على عدد زوجى فأوجد : ل(أ) ، ل(ب) ، ل(أ ∪ ب)

∵ أ = {٢، ٤، ٦} ∴ ل(أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ ب = {٢، ٣، ٥} ∴ ل(ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∵ أ ∩ ب = {٢} ∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦}$

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

---

⑦ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(أ ∪ ب) = $\frac{٥}{٨}$

أوجد كلاً من : ① ل(أ ∩ ب) ② ل(ب − أ) ③ ل(أ ∩ ب)′

① ∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

∴ $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٢}$ − ل(أ ∩ ب) ∴ $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$ − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب) = $\frac{٣}{٤}$ − $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

② ∵ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$

③ ∵ ل(أ ∩ ب)′ = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٧}{٨}$

⑧ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = $\frac{1}{2}$ ، ٢ل(ب) = ل(ب َ)

أوجد ل(أ ∪ ب) فى كل من الحالتين الآتيتين :

① ل(أ ∩ ب) ② أ ، ب حدثان متنافيان

① ∵ ٢ل(ب) = ل(ب َ) ∵ ل(ب َ) = ١ − ل(ب) بالتعويض

∴ ٢ل(ب) = ١ − ل(ب) ∴ ٢ل(ب) + ل(ب) = ١ ∴ ٣ل(ب) = ١ ∴ ل(ب) = $\frac{1}{3}$

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

② ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل(أ ∩ ب) = صفر

∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) = $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

---

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل(أ) = ل(أ َ) ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{16}$

، ل(ب) = $\frac{5}{8}$ ل(أ) أوجد : ① ل(ب َ) ② ل(أ ∪ ب)

③ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين ④ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً

① ∵ ل(أ) = ل(أ َ) ∴ ل(أ) = ل(أ َ) = $\frac{1}{2}$

∴ ل(ب) = $\frac{5}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$ ∴ ل(ب) = $\frac{5}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$ ∴ ل(ب َ) = ١ − ل(ب) = ١ − $\frac{5}{16} = \frac{11}{16}$

② ∴ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{2} + \frac{5}{16} - \frac{1}{16} = \frac{3}{4}$

③ احتمال عدم وقوع أى من الحدثين = ل$(أ ∪ ب)'$ = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − $\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

④ احتمال عدم وقوع الحدثين أ ، ب معاً = ل$(أ ∩ ب)'$ = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − $\frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

---

⑩ باستخدام شكل فن المقابل :

احسب احتمال كل من :

① عدم وقوع الحدث أ

② وقوع الحدث أ أو ب

③ وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر

ف

أ	أ ∩ ب	ب
٣	١ ، ٢	٤ ، ٦

خارج أ و ب : ٥

① ∵ ل(أ) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ∴ احتمال عدم وقوع الحدث أ = ل(أ َ) = ١ − ل(أ) = ١ − $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

② ∵ ل(أ ∩ ب) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

∴ احتمال وقوع الحدث أ أو ب = ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

③ ∵ ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

∵ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

∴ احتمال وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر = ل(أ − ب) + ل(ب − أ) = $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

اللهم إني أسألك علما نافعا، ورزقا طيبا، وعملا متقبلا

" الجبر "

* أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد :

١- مجموعة حل المعادلتين : س = ٣ ، ص = ٤ هي ....
(أ) {(٣ ، ٤)} (ب) {(٤ ، ٣)} (جـ) ح (د) ϕ

٢- مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^{٢} + ٤ في ح هي ....
(أ) {٢} (ب) {٢ ، -٢} (جـ) ح (د) ϕ

٣- إذا كان : أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية
فإن : ل(أ ∩ ب) = ... (أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٠,٥ (د) ϕ

٤- مجال المعكوس الضربي للدالة : د(س) = $\frac{س + ٢}{س - ٣}$ هو ....
(أ) {٣} (ب) ح - {-٢ ، ٣} (جـ) ح - {٣} (د) ح

٥- إذا كان : أ ⊂ ف لتجربة عشوائية ما وكان : ل(أ) = ل(أ')
فإن : ل(أ) = ... (أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

٦- إذا كانت : س عدداً سالباً فإن أكبر الأعداد التالية هو ....
(أ) ٥ س (ب) $\frac{٥}{س}$ (جـ) ٥ + س (د) ٥ - س

٧- مجال الدالة : د(س) = $\frac{س - ٣}{٤}$ يساوي ....

٨- إذا كان مجموع عمري أب وابنه الآن ٤٧ سنة فيكون مجموع
عمريهما بعد ١٠ سنوات .... سنة (أ) ٢٧ (ب) ٣٧ (جـ) ٥٧ (د) ٦٧

٩- إذا كان للمعادلتين : س + ٢ص = ١ ، ٢س + ك ص = ٢ حل وحيد
فإن ك لا يمكن أن تساوي .... (أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) -٤

١٠- المعكوس الجمعي للكسر الجبري : $\frac{٣}{س^{٢} + ١}$ هو ....

١١- إذا كان : ٢^{ك} × ٣^{ك} = ٦^{٥} فإن : ك = ...

١٢- إذا كانت : س^{٢} - ص^{٢} = ٢ (س + ص) فإن : (س - ص) = ...

١٣- إذا كان : (٧$^{أ - ٢}$ ، ٣) = (١ ، ب + ٥) فإن : أ + ب = ...
(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

١٤- مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ هي ....

١٥- المعادلة : ٣س + ٤ص + س ص = ٥ من الدرجة ....

١٦- إذا كان: $٥^س = ١$ فإن: $\frac{١}{٥}$ س = ...

١٧- إذا كان للكسر الجبري: $\frac{س-٩}{س+٥}$ معكوس ضربي هو $\frac{س+٥}{س+٣}$ فإن م = ...

١٨- $\sqrt{(-٢)^٤ + ٣^٢}$ = ... + ٣

١٩- إذا كان: س = ص + ١ ، $(س - ص)^٢ + ص = ٣$ فإن: ص = ...

٢٠- إذا كان: أ ب = ٣ ، أ $ب^٢$ = ١٢ فإن: ب = ...

٢١- احتمال الحدث المستحيل يساوي ..... واحتمال الحدث المؤكد = ...

٢٢- أبسط صورة للمقدار د: د(س) = $\frac{٣-س}{س-٣}$ حيث س ≠ ٣ هي .....

٢٣- مجال الدالة: د(س) = $\frac{س-٢}{س^٢+١}$ هو ....

٢٤- إذا كان أ ⊂ ف وكان: ل(أ)' = $\frac{١}{٢}$ فإن: ل(أ)' = ...

٢٥- إذا كان: $٢^س = ٣$ فإن: $٨^س$ = ...

٢٦- إذا كان: $٣^س + ٣^س + ٣^س = ٩$ فإن: س = ...

٢٧- مجموعة أصفار الدالة: د(س) = $س^٢ - ٢$ هي ......

٢٨- إذا كان: أ ⊂ ب فإن: ل(أ ∪ ب) = ...

٢٩- مجموعة حل المعادلتين: ص - ٥ = ٠ ، ص + س = ٠ هي ......

٣٠- مجموعة أصفار الدالة: د: د(س) = ٤ هي ......

٣١- إذا كان: س ص = ٣ ، $س^٢ ص - س ص^٢ = ٦$ فإن: س - ص = ...

٣٢- إذا كان: ل(أ) = ٤ ل(أ)' فإن: ل(أ)' = ...

٣٣- المعكوس الضربي للعدد: $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ هو ......

٣٤- نصف مربع العدد: $\frac{١}{٢}$ يساوي ......

٣٥- $٣^{-٢}$ = ...

٣٦- مجموعة حل المتباينة: س ≤ ١ في ط هي ......

٣٧- المستقيمان: ٢س + ٥ص = ٠ ، ٥س - ٣ص = ٠ يتقاطعان في ......

(أ) نقطة الأصل . (ب) الربع الأول . (جـ) الربع الثاني . (د) الربع الرابع

٣٨- إذا كانت: ص(د) = {١ ، -٢} ، د(س) = $س^٢ + س + م$ فإن: م تساوي ......

٣٩- إذا كانت: ص(د) = {٢} ، د(س) = $س^٣ - م$ فإن: م تساوي ...... (أ) $\sqrt[٣]{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٤٠- أبسط صورة للدالة ن حيث ن(س) = $\frac{٣س}{س+١} + \frac{س}{س+١}$ هي ...... مجالها ......

٤١- إذا كان: $ن_١(س) = \frac{-٧}{س^٢+٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س-ك}$ وكان المجال المشترك للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ح - {-٢، ٧} فإن: ك = ...

٤٢- عدد حلول المعادلتين: س + ص = ٢ ، ص + س = ٣ معاً في ح × ح هو ...... (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٤٣- إذا كانت النسبة بين محيطي مربعين ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما تساوي .... (أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (ج) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٤٤- في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد زوجي على الوجه العلوي يساوي ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

٤٥- في المعادلة: أ س² + ب س + جـ = ٠ ، فإذا كان: ب² − ٤ أ جـ > ٠ فإن عدد جذور المعادلة يساوي ......

- وإذا كان: ب² − ٤ أ جـ = ٠ فإن عدد جذور المعادلة يساوي ......
- وإذا كان: ب² − ٤ أ جـ < ٠ فإن عدد جذور المعادلة يساوي ......

٤٦- إذا كان منحنى الدالة د: د(س) = س² − س + جـ يمر بالنقطة (٢، ١) فإن: جـ = ... (أ) ٢ (ب) ١ (ج) −٢ (د) −١

٤٧- إذا كان: أ حدثاً في فضاء العينة لتجربة عشوائية فإن: ل(أ') = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) ١ − ل(أ) (د) ل(أ) − ١

٤٨- إذا كان: $\frac{ل(أ)}{ل(أ')} = ٣$ فإن: ل(أ) = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) ١ (ج) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٤٩- يكون للدالة د حيث: د(س) = $\frac{س-٣}{س-٤}$ معكوساً ضربياً في المجال ...... (أ) ح − {٣} (ب) ح − {٤} (ج) ح − {−٤} (د) ح − {−٣}

٥٠- إذا كانت: س = ١ حلاً للمعادلة: س² + م س + ٤ = ٠ فإن: م = ...

٥١- إذا كانت: ن(س) = $\frac{س-١}{س+٢}$ فإن: $ن^{-١}(١)$ = ...

(أ) −١ (ب) صفر (ج) ٣ (د) غير معرفة

٥٢- إذا كان أ' هو الحدث المكمل للحدث أ من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن: ل(أ) + ل(أ') = ...

٥٣- إذا كان احتمال رسوب طالب في امتحان ما هو ٠,٤ فإن احتمال نجاحه = ... (أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

٥٤- أحد حلول المعادلتين: س − ص = ٢ ، س² + ص² = ٢٠ في ح × ح هو ......
(أ) (−٤ ، ٢) (ب) (٢ ، −٤) (ج) (٣ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

٥٥- إذا كان: ن١(س) = $\frac{ع_1(س)}{د_1(س)}$ ، ن٢(س) = $\frac{ع_2(س)}{د_2(س)}$
فإن المجال المشترك للدالتين: ن١ ، ن٢ هو ......
(أ) ح − (ص(د١) ∪ ص(د٢)) (ب) ح − (ص(د١) ∩ ص(د٢))
(ج) ص(د١) ∪ ص(د٢) (د) ص(د١) ∩ ص(د٢)

٥٦- عدد حلول المعادلتين: س + ص = ٥ ، ص − ٥ = صفر معاً هو ...... (أ) صفر (ب) واحد (ج) اثنين (د) ثلاثة

٥٧- إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين س + ٣ص = ٤ ، س + أص = ٧ متوازيين فإن: أ = ...

٥٨- عددان موجبان مجموعهما ٧ ، حاصل ضربهما ١٢ فإن العددين هما:
(أ) ٢ ، ٥ (ب) ٢ ، ٦ (ج) ٣ ، ٤ (د) ١ ، ٦

٥٩- إذا كان: (٥ ، س − ٧) = (ص + ١ ، −٥) فإن س + ص = ...

٦٠- الدالة د حيث د(س) = س⁶ + ٢س⁵ − ٣ كثيرة حدود من الدرجة ...

٦١- إذا كان منحنى الدالة د حيث د(س) = س² − أ يمر بالنقطة (١ ، ٠) فإن أ = ...

٦٢- مجموعة أصفار الدالة د: حيث د(س) = −٣س هي:
(أ) {٠} (ب) {−٣} (ج) {−٣ ، ٠} (د) ح

٦٣- مجموعة أصفار الدالة د: حيث د(س) = س(س² − ٢س + ١) هي:
(أ) {٠ ، ١} (ب) {٠ ، −١} (ج) {−١ ، ١ ، ٠} (د) {١}

٦٤- إذا كانت ص(د) = {٢} ، د(س) = س³ − م ، فإن م تساوي:
(أ) ∛٢ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

٦٥- إذا كانت ص(د) = {٥} ، د(س) = س³ − ٣س² + أ فإن أ تساوي:
(أ) −٥٠ (ب) −٥ (ج) ٥ (د) ٥٠

٦٦- إذا كانت ص(د) = {١ ، −٢} ، د(س) = س² + س + أ فإن أ تساوي:
(أ) ٢٨ (ب) ١ (ج) −١ (د) −٢

٦٧- أبسط صورة للدالة ن حيث ن(س) = $\frac{٤س^2 − ٢س}{٢س}$ ، س ≠ ٠ هي ....

٦٨- المجال المشترك للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ حيث $ن_١(س) = \frac{س - ٢}{س^٢ - ٤}$ ،
$ن_٢(س) = \frac{١}{س + ١}$ هو ....

٦٩- إذا كان : $ن_١(س) = \frac{١ + م}{س - ٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٤}{س - ٢}$ وكان $ن_١(س) = ن_٢(س)$
فإن م = ...

٧٠- إذا كان أبسط صورة للكسر الجبري $ن(س) = \frac{س^٢ - ٤س + ٤}{س^٢ - م}$
هي $ن(س) = \frac{س - ٢}{س + ٢}$ فإن : م = ...

٧١- إذا كان $ن_١(س) = \frac{س + ١}{س - ٢}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + س}{س^٢ - ٢س}$ فإن المجال المشترك
الذي تتساوى فيه $ن_١$ ، $ن_٢$ هو ....

٧٢- إذا كان س ≠ صفر فإن : $\frac{٥س}{س^٢ + ١} \div \frac{س}{س^٢ + ١} = ...$

(أ) -٥ (ب) -١ (ج) ١ (د) ٥

٧٣- معادلة محور تماثل منحنى الدالة د حيث د(س) = س^٢ - ٤ هي ....

(أ) س = -٤ (ب) س = صفر (ج) ص = صفر (د) ص = -٤

٧٤- المستقيمان س + ٢ص = ١ ، ٢س + ٤ص = ٦ يكونان ....

(أ) متوازيان (ب) متقاطعان (ج) متعامدان (د) منطبقان

٧٥- نقطة تقاطع المستقيمين س = -١ ، ص = ١ تقع في الربع ....

«الإجابات»

١- (م) {(٣، ٤)} ٢- (د) ϕ ٣- (أ) صفر ٤- (ب) ع - {-٢، ٣}

٥- (ب) $\frac{١}{٢}$ ٦- (د) ٥ - س ٧- ع ٨- (د) ٦٧ ٩- (ج) ٤

١٠- $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$ ١١- ل = ٧ ١٢- ٢ ١٣- (ب) صفر ١٤- {-٣}

١٥- الثانية ١٦- $\frac{١}{١٠}$ ١٧- م = -٣ ١٨- ٢ ١٩- ص = ٢

٢٠- ب = ٤ ٢١- صفر، ١٥ ٢٢- ١٠ ٢٣- ع ٢٤- ل(م) = $\frac{٢}{٣}$

٢٥- ٢٧ ٢٦- ص = ١ ٢٧- {±٣} ٢٨- ل(ب) ٢٩- {(-٥، ٥)} ٣٠- ع

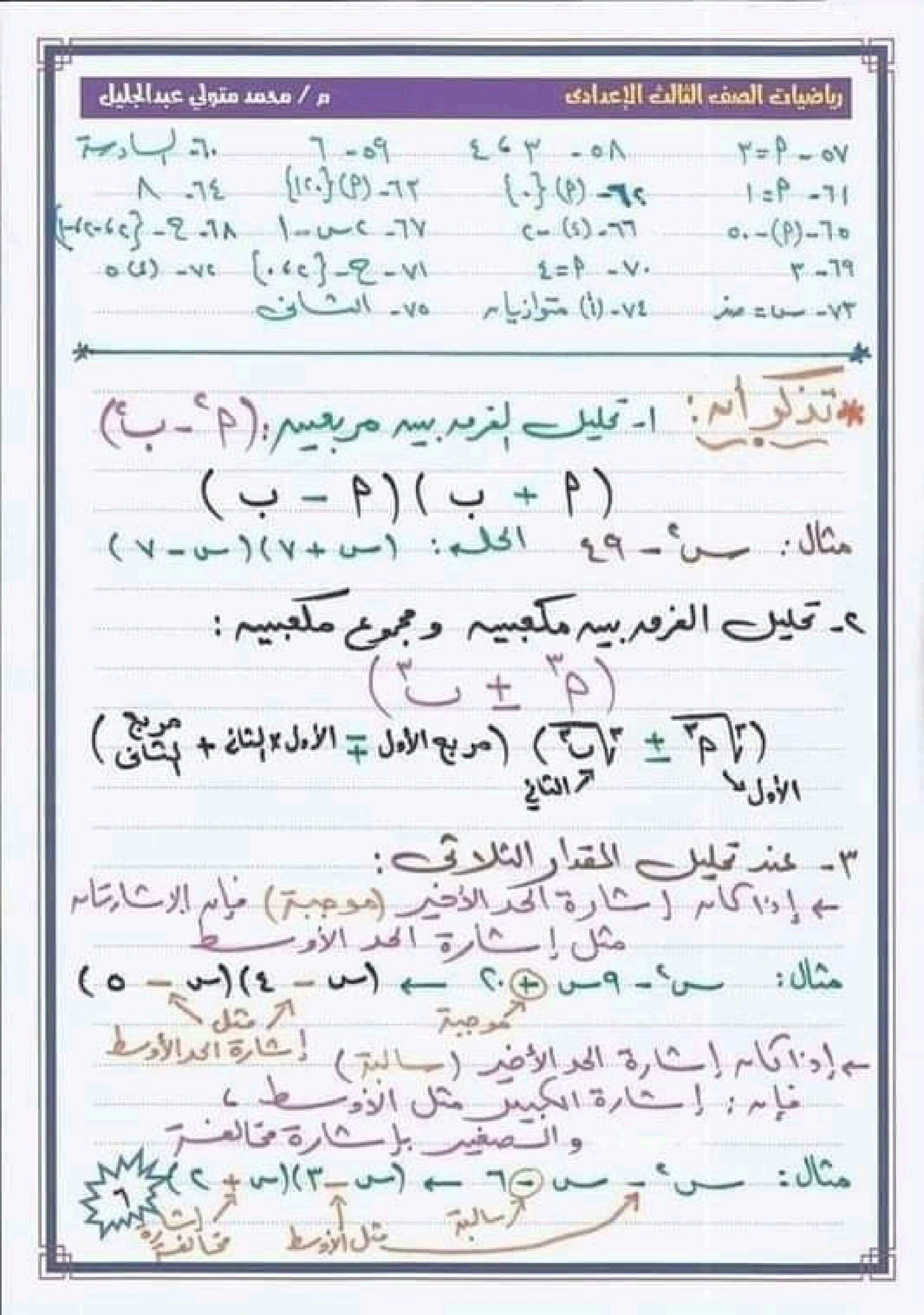
٣١- ٢ ٣٢- $\frac{١}{٥}$ ٣٣- $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ ٣٤- $\frac{١}{٢}$ ٣٥- $\frac{١}{٩}$ ٣٦- {٠، ١} ٣٧- نقطة الأصل

٣٨- -٢ ٣٩- ٨ ٤٠- $\frac{س - ٤}{س + ١}$ ، ع - {-١} ٤١- ل = ٧ ٤٢- (أ) صفر ٤٣- (ج) ١:٤

٤٤- (ج) $\frac{١}{٢}$ ٤٥- -٢ ٤٦- ٢، ١، ٠ ٤٦- (د) -١ ٤٧- (ج) ١-ل(م) ٤٨- (م) $\frac{٣}{٤}$

٤٩- (ب) ع - {٤} ٥٠- م = -٥ ٥١- (د) غير معرفة ٥٢- ١

٥٣- (د) $\frac{٣}{٥}$ ٥٤- (د) (٤، ٢) ٥٥- (أ) ٥٦- (ب) ١



٥٧- $أ = ٢$ ٥٨- ٣ ، ٤ ٥٩- ٦ ٦٠- السادسة

٦١- $أ = ١$ ٦٢- (أ) {٠} ٦٣- (أ) {١٠،٠} ٦٤- ٨

٦٥- (أ) ٥٠،٠- ٦٦- (د) ٢- ٦٧- ٢س - ١ ٦٨- ع - {٢، -٢}

٦٩- ٣ ٧٠- $أ = ٤$ ٧١- ع - {٠، ٢} ٧٢- (د) ٥

٧٣- س = صفر ٧٤- (أ) متوازيان ٧٥- الثاني

تذكر أن:

١- تحليل الفرق بين مربعين: $(أ^٢ - ب^٢)$

$(أ - ب)(أ + ب)$

مثال: $س^٢ - ٤٩$ الحل: $(س + ٧)(س - ٧)$

٢- تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين:

$(أ^٣ \pm ب^٣)$

$(\sqrt[٣]{أ^٣} \pm \sqrt[٣]{ب^٣})$ (مربع الأول $\mp$ الأول × الثاني + مربع الثاني)

الأول ، الثاني

٣- عند تحليل المقدار الثلاثي:

← إذا كانت إشارة الحد الأخير (موجبة) فإن الإشارتان مثل إشارة الحد الأوسط

مثال: $س^٢ - ٩س + ٢٠$ ← $(س - ٤)(س - ٥)$

موجبة — مثل إشارة الحد الأوسط

← إذا كانت إشارة الحد الأخير (سالبة) فإن: إشارة الكبير مثل الأوسط ، والصغير بإشارة مخالفة

مثال: $س^٢ - س - ٦$ ← $(س - ٣)(س + ٢)$

سالبة — مثل الأوسط — إشارة مخالفة

٦

← أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

(١) ص = س + ٤ ، س + ص = ٤

الحل: ∵ ص = س + ٤ وبالتعويض فى المعادلة الثانية

طريقة التعويض: ∴ س + س + ٤ = ٤ ∴ ٢ س = ٤ - ٤

∴ ٢ س ÷ ٢ = ٠ ÷ ٢ ∴ س = ٠

بالتعويض فى المعادلة الأولى: ∴ ص = ٠ + ٤ = ٤

∴ م.ح = {(٠ ، ٤)}

---

(٢) س - ص = ٤ ← ① ، ٣ س + ٢ ص = ٧ ← ②

الحل: باستخدام طريقة التعويض: ∵ س = ص + ٤ (من المعادلة ١)

بالتعويض فى المعادلة ٢ ∴ ٣(ص + ٤) + ٢ ص = ٧

٣ ص + ١٢ + ٢ ص = ٧

∴ ٥ ص = ٧ - ١٢ ∴ ٥ ص ÷ ٥ = -٥ ÷ ٥ ∴ ص = -١

بالتعويض فى المعادلة الأولى: ∴ س = -١ + ٤ = ٣

∴ م.ح = {(٣ ، -١)}

← باستخدام طريقة الحذف: س - ص = ٤ بالضرب × ٢

٣ س + ٢ ص = ٧

٢ س - ٢ ص = ٨

٥ س ÷ ٥ = ١٥ ÷ ٥ ∴ س = ٣

بالتعويض فى المعادلة (١): ∴ ٣ - ص = ٤

∴ - ص = ٤ - ٣ ∴ - ص = ١ ∴ ص = -١

∴ م.ح = {(٣ ، -١)}

* تدريب:

١- ٣ س - ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣

(الحل: م.ح = {(-١ ، ١)})

٢- ٣ س + ٤ ص = ١١ ، ٢ س + ص - ٤ = ٠

(الحل: م.ح = {(١ ، ٢)})

س: ما عدد حلول كل زوج من المعادلات الآتية:

(١) ٧ س + ٤ ص = ٦ ، ٥ س − ٢ ص = ١٤

الحل: الميل م١ = − معامل س / معامل ص = $\frac{-٧}{٤}$ ، م٢ = $\frac{-٥}{-٢}$ = $\frac{٥}{٢}$

∵ م١ ≠ م٢ ∴ عدد الحلول: ١

(٢) ٩ س + ٦ ص = ٢٤ ، ٣ س + ٢ ص = ٨

الحل: م١ = $\frac{-٩}{٦}$ = $\frac{-٣}{٢}$ ، م٢ = $\frac{-٣}{٢}$

∴ م١ = م٢

نأت بنقطة تقاطع كل مستقيم مع محور الصادات:

في المعادلة ١: عند س = ٠ ، في المعادلة ٢: عند س = ٠

∴ ٦ ص = ٢٤ ، ∴ ٢ ص = ٨ ∴ ص = ٤

∴ ص = ٤ ← (٠ ، ٤) ← نفس النقطة ← (٠ ، ٤)

∴ عدد الحلول: عدد لا نهائي

← التطبيقات: (١) إذا كان عدد الفرق الرياضية المشاركة في بطولة كأس الأمم الإفريقية ١٦ فريقاً وكان عدد الفرق غير العربية يزيد عن ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤ ، أوجد عدد الفرق العربية المشاركة في البطولة.

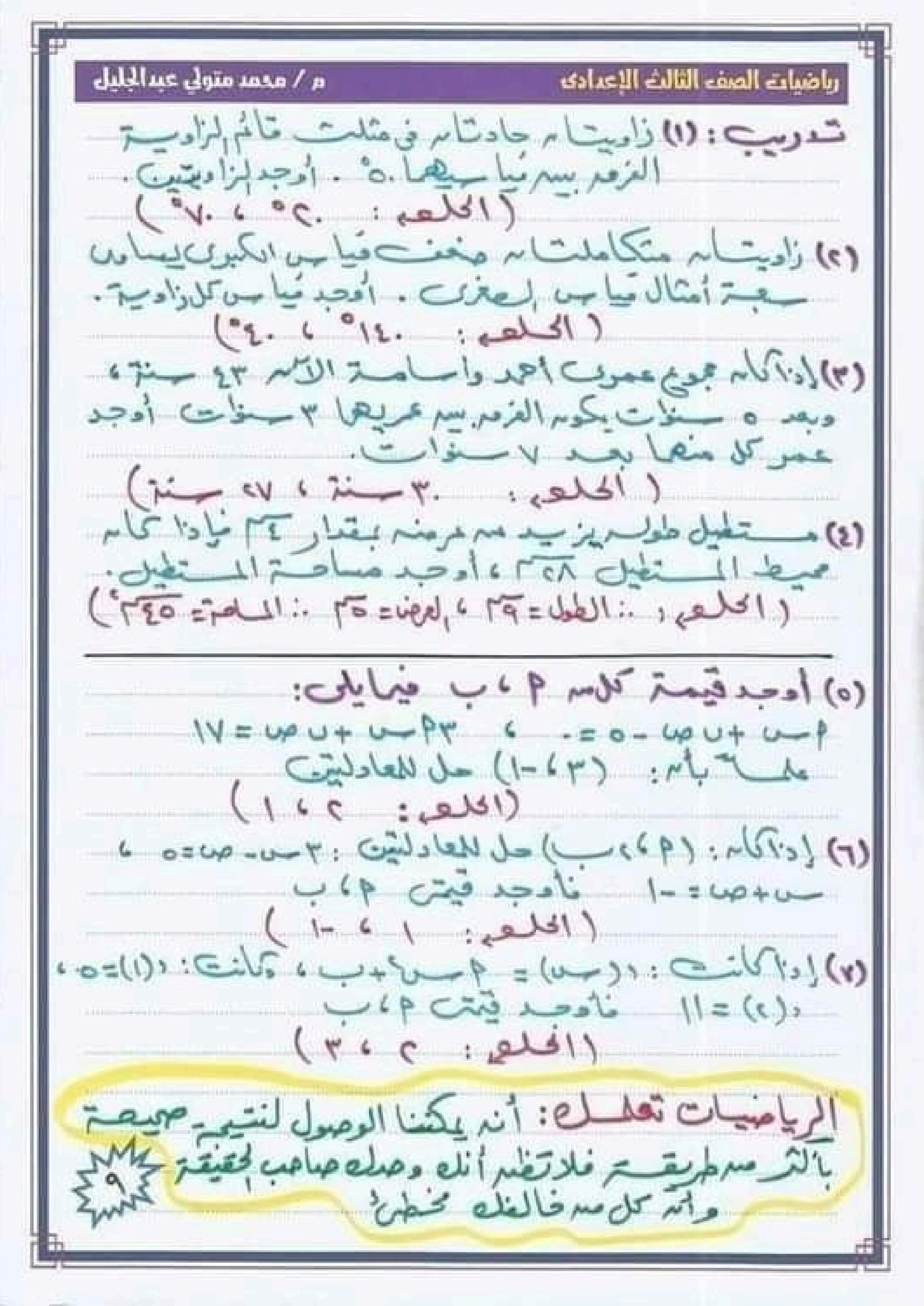
الحل: نفرض أن عدد الفرق العربية س ، " " " غير العربية ص

∴ س + ص = ١٦ ← ① ، ص − ٣ س = ٤ ← ② × −١

٣ س − ص = −٤ بضرب المعادلة ② × −١ وجمعها مع المعادلة ①

$\frac{٤ س}{٤}$ = $\frac{١٢}{٤}$ ∴ س = ٣

(∴ عدد الفرق العربية = ٣ فرق)



تدريب : (١) زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠° . أوجد الزاويتين .
(الحل : ٢٠° ، ٧٠°)

(٢) زاويتان متكاملتان ضعف قياس الكبرى يساوي سبعة أمثال قياس الصغرى . أوجد قياس كل زاوية .
(الحل : ١٤٠° ، ٤٠°)

(٣) إذا كان مجموع عمري أحمد وأسامة الآن ٤٣ سنة ، وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بين عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كل منهما بعد ٧ سنوات .
(الحل : ٣٠ سنة ، ٢٧ سنة)

(٤) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم ، أوجد مساحة المستطيل .
(الحل : ∴ الطول = ٩ سم ، العرض = ٥ سم ∴ المساحة = ٤٥ سم²)

---

(٥) أوجد قيمة كل من أ ، ب فيما يلي :
أ س + ب ص - ٥ = ٠ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧
علماً بأن : (٣ ، -١) حل للمعادلتين
(الحل : ٢ ، ١)

(٦) إذا كان : (أ ، ب) حل للمعادلتين : ٣ س - ص = ٥ ، س + ص = -١ فأوجد قيمتي أ ، ب
(الحل : ١ ، -١)

(٧) إذا كانت : د(س) = أ س² + ب ، وكانت : د(١) = ٥ ، د(٢) = ١١ فأوجد قيمتي أ ، ب
(الحل : ٢ ، ٣)

الرياضيات تعلمك : أنه يمكننا الوصول لنتيجة صحيحة بأكثر من طريقة فلا تظن أنك وحدك صاحب الحقيقة وأنه كل من خالفك مخطئ

* باستخدام القانون العام أوجد لناتج مقرباً لثلاثة أرقام عشرية:

باستخدام القانون العام لابد أن تكون المعادلة في الصورة:

$أ س^2 + ب س + جـ = 0$

• القانون العام: $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{2أ}$

أ = معامل $س^2$ ، ب = معامل س ، جـ = الحد المطلق

(أ) $س^2 - 2س - 6 = 0$ الحل:

أ = 1 ، ب = −2 ، جـ = −6

$س = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times -6}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{2}$

$1 + \sqrt{7} = 3,646$ ، $1 - \sqrt{7} = -1,646$

∴ م.ح = {3,646 ، −1,646}

(ب) $2س^2 - 4س + 1 = 0$ (∴ م.ح = {1,707 ، 0,293})

(جـ) $س(س - 1) = 4$ (∴ م.ح = {2,562 ، −1,562})

∴ $س^2 - س - 4 = 0$

(د) $(س - 3)^2 - 5س = 0$

∴ $س^2 - 6س + 9 - 5س = 0$ (∴ م.ح = {10,110 ، 0,890})

$س^2 - 11س + 9 = 0$

(هـ) $س + \frac{4}{س} = 6$ (بضرب المعادلة × س)

∴ $س^2 + 4 = 6س$ ∴ م.ح = {5,236 ، 0,764}

∴ $س^2 - 6س + 4 = 0$

(و) $\frac{8}{س^2} + \frac{1}{س} = 1$ (بضرب المعادلة × $س^2$)

∴ $8 + س = س^2$ ∴ م.ح = {3,372 ، −2,372}

∴ $س^2 - س - 8 = 0$

(ز) $\frac{س}{3} = \frac{1}{5 - س}$ ← (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

∴ $5س - س^2 = 3$ ∴ $س^2 - 5س + 3 = 0$

∴ م.ح = {4,303 ، 0,697}

⟸ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

(1) $ص - س = 2$ ، $س^2 + س ص - 4 = 0$

الحل: من المعادلة الأولى: ∴ $ص = (س + 2)$

وبالتعويض في المعادلة الثانية: ∴ $س^2 + س(س + 2) - 4 = 0$

$س^2 + س^2 + 2س - 4 = 0$

$2س^2 + 2س - 4 = 0$ ÷ 2

∴ $س^2 + س - 2 = 0$

$(س + 2)(س - 1) = 0$

∴ $س = -2$ ، $س = 1$

بالتعويض في: $ص = (س + 2)$

عند $س = -2$ ، عند $س = 1$

∴ $ص = -2 + 2$ ، ∴ $ص = 1 + 2$

$= 0$ ، ∴ $ص = 3$

$(-2 ، 0)$ ، $(1 ، 3)$

∴ م.ح = $\{(-2 ، 0) ، (1 ، 3)\}$

(2) $س + 2ص = 4$ ← ① ، $س^2 + س ص + ص^2 = 7$ ← ②

(ارشاد الحل): ∴ $س = 4 - 2ص$ وبالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = $\{(-2 ، 3) ، (2 ، 1)\}$

(3) $س - 2ص - 1 = 0$ ← ① ، $س^2 - س ص = 0$ ← ②

(ارشاد الحل): ∴ $س = 2ص + 1$ وبالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = $\{(0 ، -\frac{1}{2}) ، (-1 ، -1)\}$

(4) $ص + 2س = 7$ ← ① ، $2س^2 + س + 3ص = 19$ ← ②

(ارشاد الحل) ← ∴ $ص = 7 - 2س$ وبالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = $\{(\frac{1}{2} ، 6) ، (2 ، 3)\}$

(5) $س - ص = 10$ ← ① ، $س^2 - 4س ص + ص^2 = 52$ ← ②

(ارشاد الحل) ← ∴ $س = ص + 10$ بالتعويض في المعادلة ②

∴ م.ح = $\{(-2 ، -12) ، (12 ، 2)\}$

(6) $س + ص = 2$ ← ① ، $\frac{1}{س} + \frac{1}{ص} = 2$ ← ② حيث $(س ، ص \neq 0)$

(ارشاد الحل) ← $س = 2 - ص$ وبالتعويض في ② نجد ضربها × س ص

∴ م.ح = $\{(1 ، 1)\}$

(7) $س = ص$ ، $س^2 - 2ص - 2 = 0$

∴ م.ح = $\{(1+\sqrt{3} ، 1+\sqrt{3}) ، (1-\sqrt{3} ، 1-\sqrt{3})\}$

(٨) إذا كان: (-٢، ٤) أحد حلول المعادلتين: أ س + ب ص = ٢ ، أ ب س ص + ٢ س^{٢} = ٠ في ح×ح حيث أ، ب عددان صحيحان

أوجد: أ، ب "الحل: (١، ١)"

(٩) إذا كان: (٢أ + ب ، ٣) = (١٨ ، أ - ب) فأوجد قيمة: أ، ب

"الحل: أ = ٧ ، ب = ٤"

---

* **مجموعة أصفار الدالة:**

(١) د(س) = (س - ١)(س - ٢)

الحل: (س - ١)(س - ٢) = ٠

∴ س = ١ ∴ س = ٢ ∴ ص(د) = {١، ٢}

(٢) د(س) = س^{٢} - ٢س

الحل: س^{٢} - ٢س = ٠ ∴ س(س - ٢) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ٢ ∴ ص(د) = {٠، ٢}

(٣) د(س) = ٢س^{٣} - ١٨س

الحل: ٢س^{٣} - ١٨س = ٠ ∴ ٢س(س^{٢} - ٩) = ٠

∴ ٢س(س + ٣)(س - ٣) = ٠ ∴ ص(د) = {٠، -٣، ٣}

(٤) د(س) = ٢٥ - ٩س^{٢}

الحل: ٢٥ - ٩س^{٢} = ٠ - (٩س^{٢} - ٢٥) = ٠

- (٣س + ٥)(٣س - ٥) = ٠

∴ ص(د) = {$\frac{-٥}{٣}$ ، $\frac{٥}{٣}$}

"تدريب؟؟"

(٥) د(س) = س^{٣} - ١٢٥ الحل: ص(د) = {٥}

(٦) د(س) = ٢س^{٤} + س^{٣} - ٦س^{٢} الحل: ص(د) = {٠، $\frac{٣}{٢}$، -٢}

(٧) د(س) = ٦س^{٢} + س - ١٢ الحل: ص(د) = {$\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$}

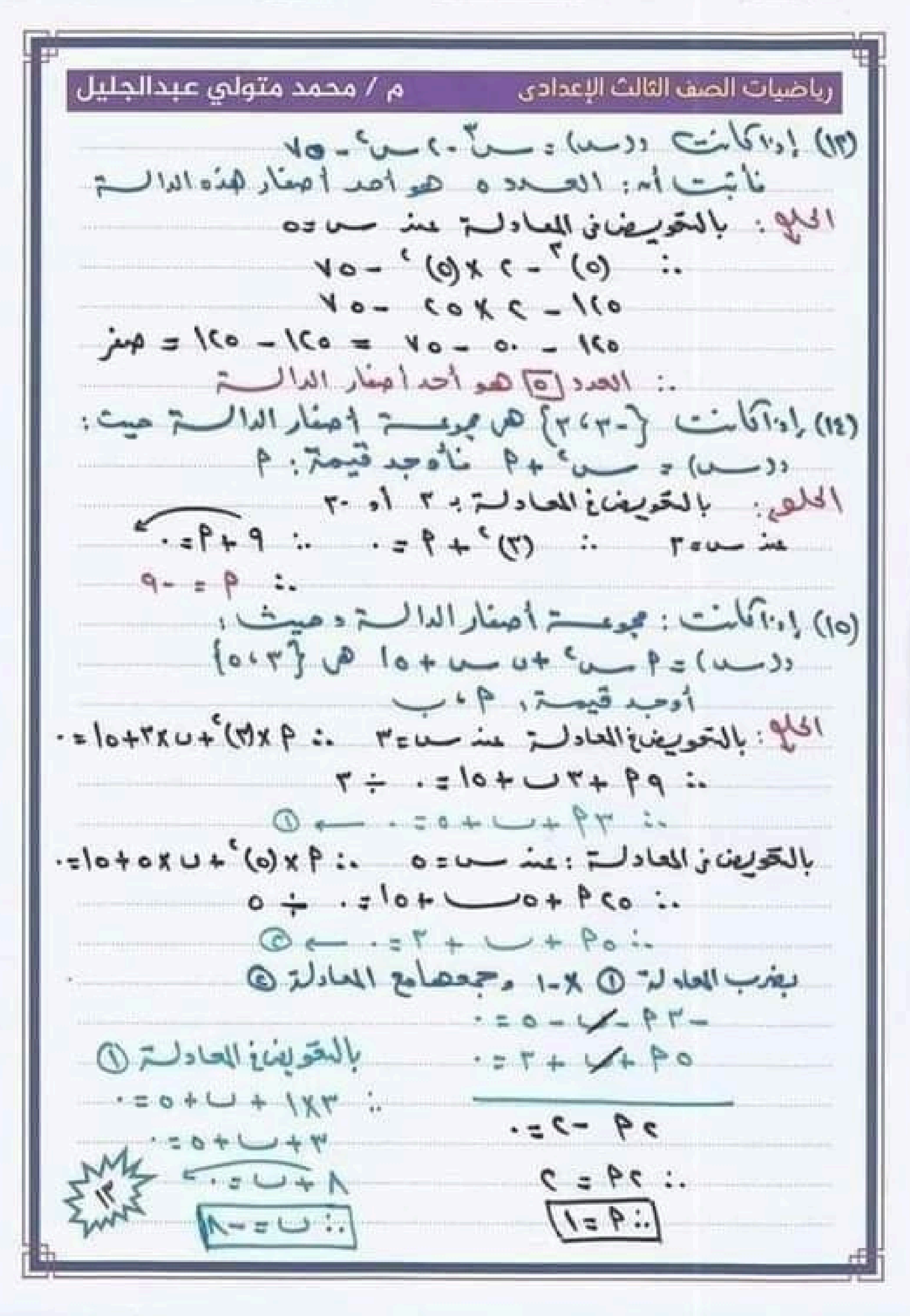
(٨) د(س) = س(س - ٥) - ١٤ الحل: ص(د) = {٧، -٢}

(٩) د(س) = س^{٣} + س^{٢} - ٢س - ٨ الحل: ص(د) = {٢}

(١٠) د(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - ٤س + ١٢ الحل: ص(د) = {٣، ٢، -٢}

(١١) د(س) = س^{٤} - ١٠س^{٢} + ٩ الحل: ص(د) = {٣، -٣، ١، -١}

(١٢) د(س) = (س - ٢)(س + ٣) + ٤ الحل: ص(د) = {-٢، ١}



(١٣) إذا كانت د(س) = س³ − ٢س² − ٧٥
فأثبت أن: العدد ٥ هو أحد أصفار هذه الدالة

الحل: بالتعويض في المعادلة عند س = ٥

∴ (٥)³ − ٢ × (٥)² − ٧٥

١٢٥ − ٢ × ٢٥ − ٧٥

١٢٥ − ٥٠ − ٧٥ = ١٢٥ − ١٢٥ = صفر

∴ العدد ٥ هو أحد أصفار الدالة

(١٤) إذا كانت {−٣، ٣} هي مجموعة أصفار الدالة حيث:
د(س) = س² + م فأوجد قيمة: م

الحل: بالتعويض في المعادلة بـ ٣ أو −٣

عند س = ٣ ∴ (٣)² + م = ٠ ∴ ٩ + م = ٠

∴ م = −٩

(١٥) إذا كانت: مجموعة أصفار الدالة د حيث:
د(س) = م س² + ب س + ١٥ هي {٣، ٥}
أوجد قيمة: م، ب

الحل: بالتعويض في المعادلة عند س = ٣ ∴ م × (٣)² + ب × ٣ + ١٥ = ٠

∴ ٩م + ٣ب + ١٥ = ٠ ÷ ٣

∴ ٣م + ب + ٥ = ٠ ← ①

بالتعويض في المعادلة: عند س = ٥ ∴ م × (٥)² + ب × ٥ + ١٥ = ٠

∴ ٢٥م + ٥ب + ١٥ = ٠ ÷ ٥

∴ ٥م + ب + ٣ = ٠ ← ②

بضرب المعادلة ① × −١ وجمعها مع المعادلة ②

−٣م − ب − ٥ = ٠
٥م + ب + ٣ = ٠

٢م − ٢ = ٠

∴ ٢م = ٢

∴ م = ١

بالتعويض في المعادلة ①

∴ ٣ × ١ + ب + ٥ = ٠

٣ + ب + ٥ = ٠

٨ + ب = ٠

∴ ب = −٨

* عين مجال كل من الدوال الآتية :

* مجال الكسر الجبري = ح - {أصفار المقام}

(١) ن(س) = (س + ٣) / ٤ — الحل : مجال ن = ح

(٢) ن(س) = (س - ٢) / (٢س) — الحل : مجال ن = ح - {٠}

(٣) ن(س) = ١ / (س + ٢) — الحل : مجال ن = ح - {-٢}

← أوجد المجال المشترك :

(٤) ن١(س) = ١ / س ، ن٢(س) = ٢ / (س + ١)

الحل : س = ٠ ، س + ١ = ٠ ∴ س = -١

{٠} ، {-١}

∴ المجال المشترك = ح - {٠ ، -١}

(٥) ن١(س) = ٣ / (س² - س) ، ن٢(س) = (٢س - ٣) / (س² - ١)

الحل :

س² - س = ٠ ، س² - ١ = ٠

س(س - ١) = ٠ ، (س + ١)(س - ١) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ١ ، س = -١ ، س = ١

∴ المجال المشترك = ح - {٠ ، ١ ، -١}

(٦) ن١(س) = (س² - ٤) / (س² - ٥س + ٦) ، ن٢(س) = ٣س / (س² - س) ، ن٣(س) = (س² - ٣س - ٤) / (س² + س - ٢)

الحل :

س² - ٥س + ٦ = ٠ ، س² - س = ٠ ، س² + س - ٢ = ٠

(س - ٢)(س - ٣) = ٠ ، س(س - ١) = ٠ ، (س + ٢)(س - ١) = ٠

∴ س = ٢ ، س = ٣ — س = ٠ ، س = ١ — س = -٢ ، س = ١

{٢ ، ٣} ، {٠ ، ١} ، {-٢ ، ١}

∴ المجال المشترك = ح - {٢ ، ٣ ، ٠ ، ١ ، -٢}

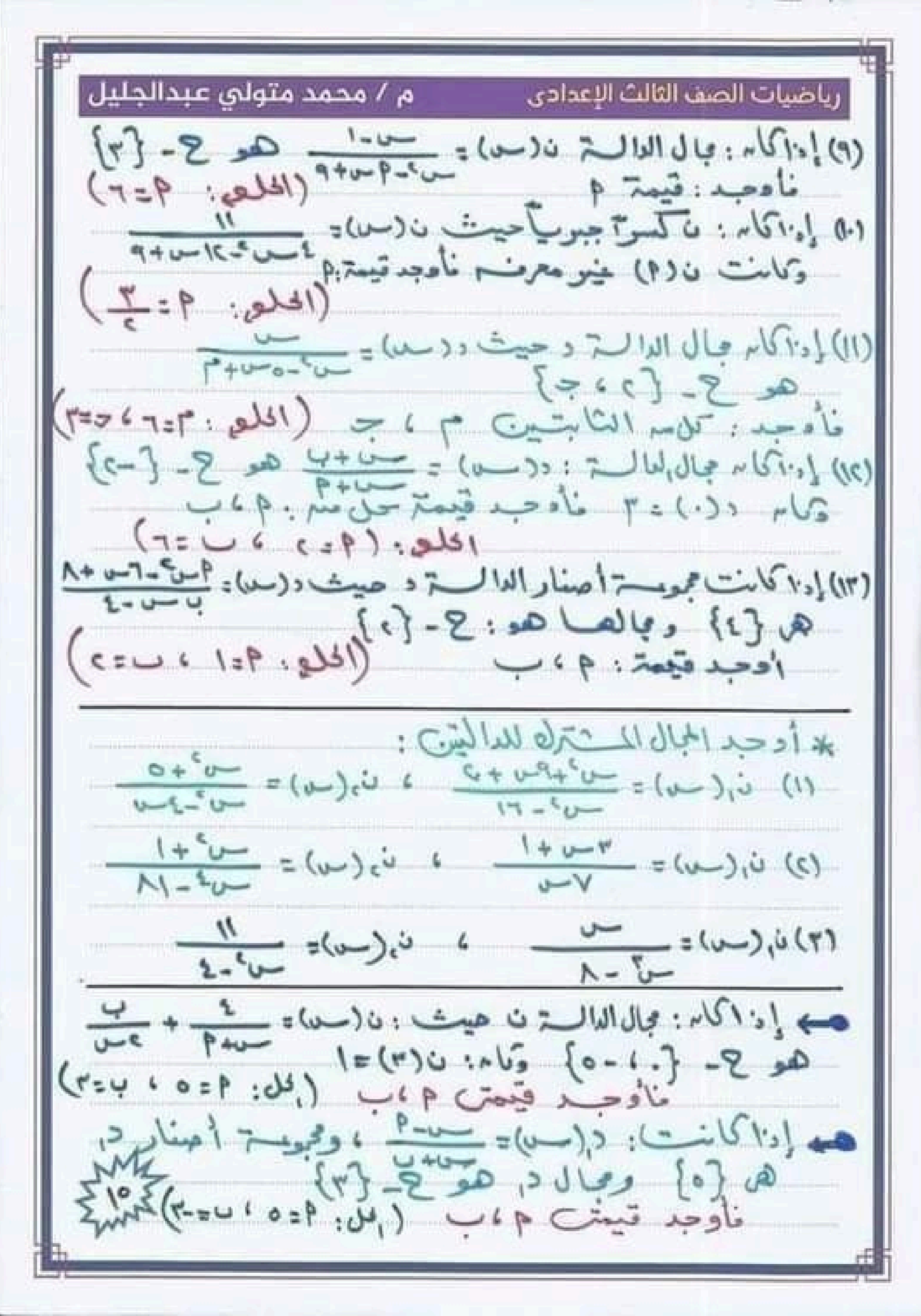
«تدريب»

(٧) ن١(س) = ١ / (س² - ١) ، ن٢(س) = س / (١ - س²)

الحل : المجال المشترك = ح - {١ ، -١}

(٨) س / (س² - ٤) ، ٣ / (٢ - س)

الحل : المجال المشترك = ح - {٢ ، -٢}



(٩) إذا كان: مجال الدالة ن(س) = (س - ١) / (س² - م س + ٩) هو ح - {٣}
فأوجد: قيمة م (الحل: م = ٦)

(١٠) إذا كان: ن كسراً جبرياً حيث ن(س) = ١١ / (٤س² - ١٢س + ٩)
وكانت ن(م) غير معرفة فأوجد قيمة م (الحل: م = ٣/٢)

(١١) إذا كان مجال الدالة د حيث د(س) = س / (س² - ٥س + م)
هو ح - {٢ ، ج}
فأوجد: كل من الثابتين م ، ج (الحل: م = ٦ ، ج = ٣)

(١٢) إذا كان مجال الدالة: د(س) = (س + ب) / (س + م) هو ح - {-٢}
وكان د(٠) = ٣ فأوجد قيمة كل من: م ، ب
(الحل: م = ٢ ، ب = ٦)

(١٣) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = (م س² - ٦س + ٨) / (ب س - ٤)
هي {٤} ومجالها هو: ح - {٢}
أوجد قيمة: م ، ب (الحل: م = ١ ، ب = ٢)

---

* أوجد المجال المشترك للدالتين:

(١) ن₁(س) = (س² + ٩س + ٢) / (س² - ١٦) ، ن₂(س) = (س² + ٥) / (س² - ٤س)

(٢) ن₁(س) = (٣س + ١) / (س - ٧) ، ن₂(س) = (س² + ١) / (س⁴ - ٨١)

(٣) ن₁(س) = س / (س³ - ٨) ، ن₂(س) = ١١ / (س² - ٤)

← إذا كان: مجال الدالة ن حيث: ن(س) = ٤ / (س + م) + ب / (٢س)
هو ح - {٠ ، -٥} وكان: ن(٣) = ١
فأوجد قيمتي م ، ب (الحل: م = ٥ ، ب = ٣)

← إذا كانت: د₁(س) = (س - م) / (س + ب) ، ومجموعة أصفار د₁
هي {٥} ومجال د₁ هو ح - {٣}
فأوجد قيمتي م ، ب (الحل: م = ٥ ، ب = -٣)

- إذا كان مجال الدالة ن حيث $ن(س) = \frac{ب}{س} + \frac{9}{س+أ}$ هو ح - {0، 4} ، ن(5) = 2 فأوجد قيمتي: أ ، ب

(الحل: أ = -4 ، ب = -35)

- إذا كان مجال ن : $ن(س) = \frac{ل}{س} + \frac{9}{س+م}$ هو ح - {0، -2} ، ن(4) = 1 أوجد: ل ، م

(الحل: م = 2 ، ل = -2)

---

* اختصر مبيناً المجال:

(1) $\frac{س^2 - 4}{س^3 - 8}$ الحل: $\frac{(س+2)(س-2)}{(س-2)(س^2+2س+4)}$

∴ المجال = ح - {2}

$∴ ن(س) = \frac{س+2}{س^2+2س+4}$

(2) $ن(س) = \frac{س^3 + 1}{س^3 - س^2 + س}$ الحل: $ن(س) = \frac{(س+1)(س^2-س+1)}{س(س^2-س+1)}$

∴ مجال ن = ح - {0} $∴ ن(س) = \frac{(س+1)}{س}$

(3) $ن(س) = \frac{س^3 + س^2 - 2}{س - 1}$ الحل: $ن(س) = \frac{س^3 - 1 + س^2 - 1}{س - 1}$

$∴ ن(س) = \frac{(س-1)(س^2+س+1) + (س-1)(س+1)}{(س-1)}$

$∴ ن(س) = \frac{(س-1)(س^2+س+1+س+1)}{(س-1)} = \frac{(س-1)(س^2+2س+2)}{(س-1)}$

∴ مجال ن = ح - {1} $∴ ن(س) = س^2+2س+2$

(4) $ن(س) = \frac{س + \frac{1}{س}}{4س + \frac{4}{س}}$ الحل: $ن(س) = \frac{\frac{س^2+1}{س}}{\frac{4س^2+4}{س}}$

∴ مجال ن = ح - {0} $∴ ن(س) = \frac{س^2+1}{4(س^2+1)}$

$∴ ن(س) = \frac{1}{4}$

* مجموعة أصفار دالة الكسر الجبري :

"مجموعة أصفار الكسر الجبري = مجموعة أصفار البسط − مجموعة أصفار المقام"

(١) $ن(س) = \frac{س^٢ + ٣س}{س^٢ - ٩}$ الحل :

$ن(س) = \frac{س(س + ٣)}{(س + ٣)(س - ٣)}$

أصفار البسط = {٠ ، −٣}

أصفار المقام = {−٣ ، ٣}

∴ ص(ن) = {٠ ، −٣} − {−٣ ، ٣} = {٠}

(٢) $ن(س) = \frac{٣س + ٦}{س^٢ + س - ٢}$ تمرين : ص(ن) = ...

(٣) $ن(س) = \frac{س^٣ - ٥س^٢}{س^٢ - ٢٥}$ تمرين : ص(ن) = ...

---

* اثبت أن : $ن_١ = ن_٢$

إذا كان : ① مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ ② $ن_١(س) = ن_٢(س)$

(١) $ن_١(س) = \frac{١}{س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٤}{س^٣ + ٤س}$

الحل :

∴ مجال $ن_١$ = ح − {٠}

$ن_٢(س) = \frac{(س^٢ + ٤)}{س(س^٢ + ٤)}$

، $ن_١(س) = \frac{١}{س}$

∴ مجال $ن_٢$ = ح − {٠}

∴ $ن_٢(س) = \frac{١}{س}$

، ∵ مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$

، $ن_١(س) = ن_٢(س)$ ∴ $ن_١ = ن_٢$

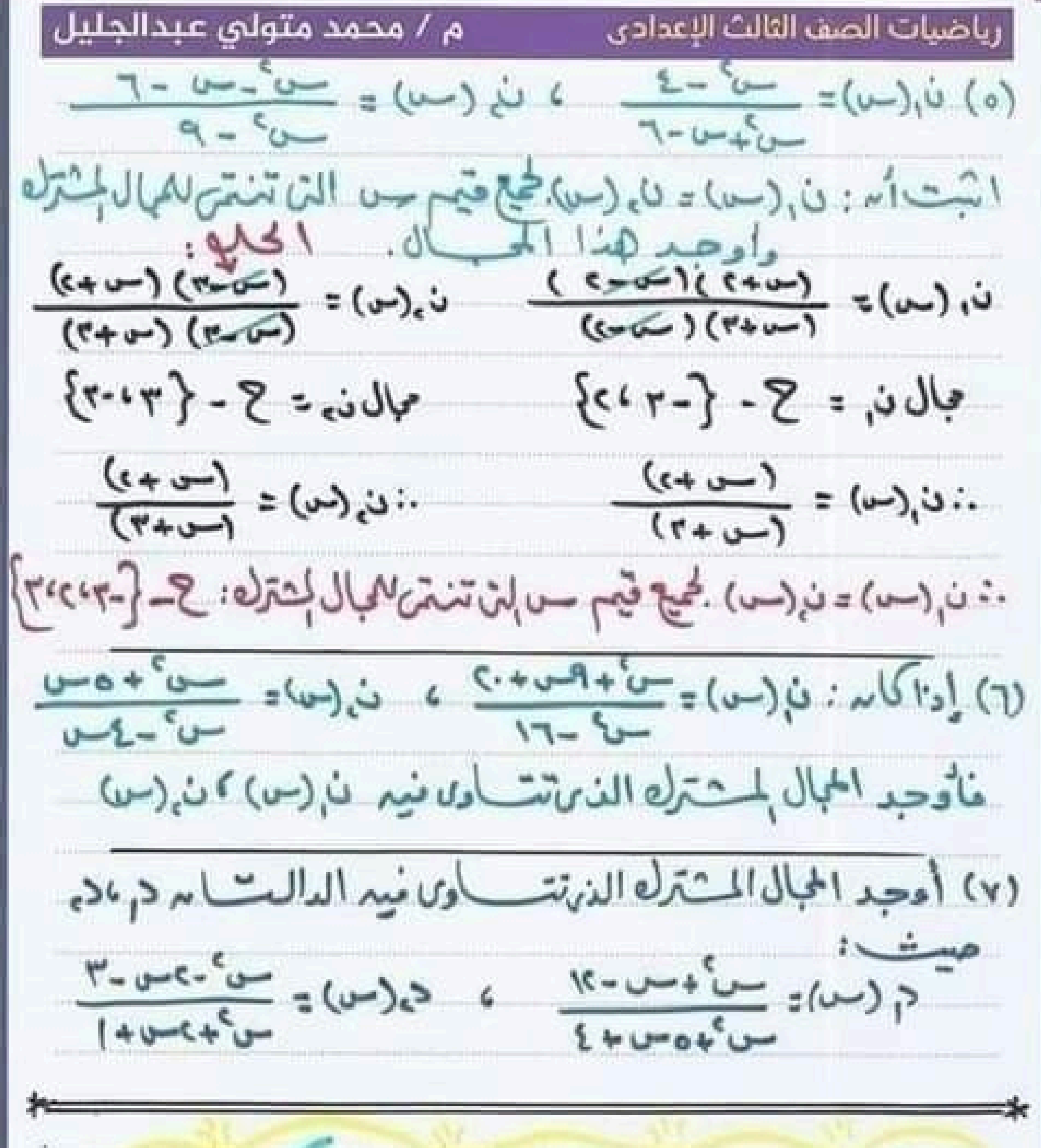
تدريب :

---

(٢) $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢س + ٨}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٤س}{س^٢ + ٨س + ١٦}$

(٣) $ن_١(س) = \frac{س^٣ - ١}{س^٣ + س^٢ + س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{(س - ١)(س^٢ + ١)}{س^٣ + س}$

(٤) $ن_١(س) = \frac{س^٣ + س}{س^٣ + س^٢ + س + ١}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س}{س + ١}$



(٥) $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - س - ٦}{س^٢ - ٩}$

اثبت أن: $ن_١(س) = ن_٢(س)$ لجميع قيم س التي تنتمي للمجال المشترك وأوجد هذا المجال.

الحل:

$ن_١(س) = \frac{(س+٢)(س-٢)}{(س+٣)(س-٢)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{(س-٣)(س+٢)}{(س-٣)(س+٣)}$

مجال $ن_١ = ح - \{-٣ ، ٢\}$ ، مجال $ن_٢ = ح - \{٣ ، -٣\}$

$\therefore ن_١(س) = \frac{(س+٢)}{(س+٣)}$ ، $\therefore ن_٢(س) = \frac{(س+٢)}{(س+٣)}$

$\therefore ن_١(س) = ن_٢(س)$ لجميع قيم س التي تنتمي للمجال المشترك: $ح - \{-٣ ، ٢ ، ٣\}$

(٦) إذا كان: $ن_١(س) = \frac{س^٢ + ٩س + ٢٠}{س^٢ - ١٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٥س}{س^٢ - ٤س}$

فأوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه $ن_١(س)$ ، $ن_٢(س)$

(٧) أوجد المجال المشترك الذي تتساوى فيه الدالتان $د_١$ ، $د_٢$ حيث:

$د_١(س) = \frac{س^٢ + س - ١٢}{س^٢ + ٥س + ٤}$ ، $د_٢(س) = \frac{س^٢ - ٢س - ٣}{س^٢ + ٢س + ١}$

بالعلم والمال يبني الناس ملكهم
لم يبن مُلك على جهل وإقلال

* العمليات على الكسور الجبرية :

أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا المجال :

(١) $ن(س) = \frac{٢س}{س+٢} + \frac{٤}{س+٢}$ الحل : مجال ن $= ح - \{-٢\}$

$ن(س) = \frac{٢س + ٤}{س + ٢}$ ∴ $ن(س) = \frac{٢(س+٢)}{(س+٢)}$

∴ $ن(س) = ٢$

(٢) $ن(س) = \frac{س-٢}{س} + \frac{س+٣}{٢س}$ الحل : مجال ن $= ح - \{٠\}$

$ن(س) = \frac{٢(س-٢) + ٣ + س}{٢س}$ ∴ $ن(س) = \frac{٢س - ٤ + ٣ + س}{٢س}$

∴ $ن(س) = \frac{٣س - ١}{٢س}$

(٣) $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{س^٢ - ١٦}$

الحل :

∴ $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{س+٤}{(س+٤)(س-٤)}$ ∴ مجال ن $= ح - \{٤ ، -٤\}$

∴ $ن(س) = \frac{س}{س-٤} - \frac{١}{س-٤}$ ∴ $ن(س) = \frac{س-١}{س-٤}$

(٤) $ن(س) = \frac{٢}{س+٣} + \frac{س+٣}{س^٢ + ٣س}$

الحل :

$ن(س) = \frac{٢}{س+٣} + \frac{س+٣}{س(س+٣)}$ ∴ مجال ن $= ح - \{-٣ ، ٠\}$

∴ $ن(س) = \frac{٢}{س+٣} + \frac{١}{س}$ ∴ $ن(س) = \frac{٢س + س + ٣}{س(س+٣)}$

∴ $ن(س) = \frac{٣س + ٣}{س(س+٣)} = \frac{٣(س+١)}{س(س+٣)}$